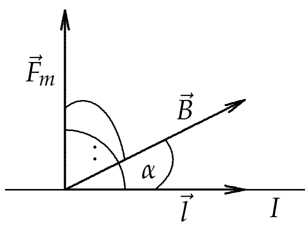
4 Električno in magnetno polje

4.1 Magnetna sila

Vzemimo vodnik dolžine l, po katerem teče tok I. Sila na raven vodnik, ki je v celoti v homogenem magnetnem polju, je

$$\vec{F}_m = I\vec{l} \times \vec{B}\,. \tag{1}$$

Pri tem smo dolžino vodnika, po katerem teče tok v izbrani smeri, zapisali kot vektorsko količino.



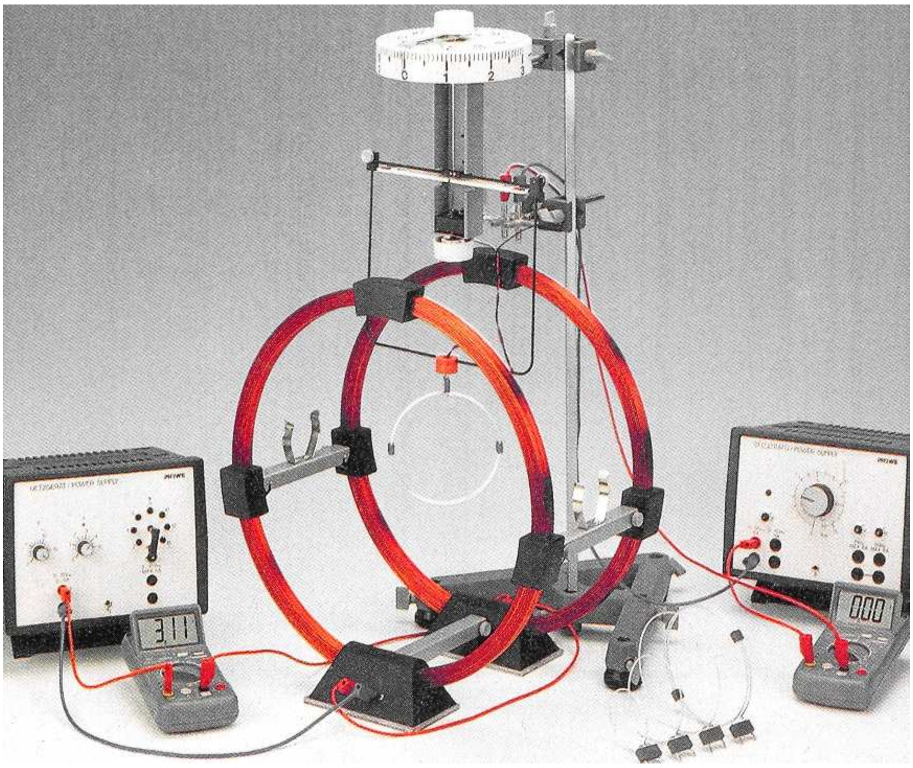
Slika 1: Sila na vodnik v magnetnem polju.

Potek meritve Pri poskusu je vodnik pravokoten na smer magnetnega polja, zato silo na vodnik zapišemo kot $F = IlB$, kjer je l dolžina vodnika. Vodnik deluje z nasprotno enako silo na magnet, ki stoji na tehtnici. Ko skozi vodnik ne teče tok, naravnamo tehtnico tako, da kaže 0. Ko skozi vodnik teče tok, odčitamo spremembe mase, ki jo kaže tehtnica, in od tod določimo velikost magnetne sile.

4.2 Magnetni navor

Navor na zanko v magnetnem polju zapišemo kot $M = ISB \sin \varphi$, pri čemer je I tok v zanki, S ploščina zanke, B gostota magnetnega polja in φ kot med vektorjem ploskve zanke in gostoto magnetnega polja.

Magnetno polje ustvarjata dve tuljavi. Magnetno polje kaže v smeri (skupne) osi tuljav. Za gostoto magnetnega polja v središču tuljave velja $B = kI'$, $k = 0{,}7\ (1 \pm 0{,}05)\ \mathrm{mT/A}$, pri čemer je I' tok skozi tuljavi. Med tuljavi preko torzijske tehtnice obesimo kovinsko zanko, kot kaže slika 2, tako da središče zanke na sredini med tuljavama. Kot φ je v tem primeru enak kotu med osjo tuljav in simetralo zanke, pravokotne na zanko.



Slika 2: Navor na zanko v magnetnem polju.

Potek meritve Navor merimo s torzijsko tehtnico, na kateri odčitamo silo, ki je potrebna, da zanko zasučemo v prvotni položaj (ko v njej ni bilo toka). Za ročico pri računanju navora vzemi $r = 115{,}0\ \mathrm{mm} \pm 0{,}5\ \mathrm{mm}$.

4.3 Indukcijski zakon

V časovno spremenljivem magnetnem polju se v tuljavi inducira napetost

$$U_i = -N \frac{d\Phi_m}{dt} , \tag{2}$$

pri čemer je Φ_m magnetni pretok skozi tuljavo in N število ovojev v tuljavi.

Magnetni pretok skozi poljubno oblikovano ploskev $\vec{S}$ definiramo kot

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} . \tag{3}$$

Če je ploskev ravna in po njej gostota magnetnega polja konstantna, se integral za magnetni pretok poenostavi: $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\,S\,\cos\alpha$, kjer je α kot med gostoto magnetnega polja $\vec{B}$ in normalo na ploskev $\vec{S}$. V tuljavi z N' navoji je magnetni pretok tolikokrat večji, kolikor zank ima tuljava, to je $N'\,B\,S$.

Pri poskusu magnetno polje ustvarimo s veliko tuljavo. Gostota magnetnega polja dolge ravne tuljave je

$$B = \frac{\mu_o N' I}{l} . \tag{4}$$

Tu je N' število navojev velike tuljave in l njena dolžina. Tok v tuljavi se spreminja sinusno $I = I_0 \sin \omega t$. V tuljavo postavimo manjšo tuljavo s prečnim presekom S N ovoji. V njej se inducira napetost

$$U_i = -N\,S \frac{dB}{dt} = \frac{\mu_o N N' S}{l} \frac{dI}{dt} = -\omega \frac{\mu_o N N' S}{l} I_0 \cos \omega t . \tag{5}$$

Za efektivne vrednosti napetosti in toka velja

$$U = \omega \frac{\mu_o N N' S}{l} I \equiv \omega\, M_{12}\, I . \tag{6}$$

Tu je M_{12} **medsebojna induktivnost** tuljav.

Potek meritve Veliko tuljavo preko ampermetra priključi na vir izmenične napetosti. V veliko tuljavo vstavljaj male tuljave z različnimi prečnimi preseki in različnim številom ovojev in z voltmetrom meri inducirano napetost na njih.

Veliko tuljavo priključi še na na funkcijski generator (sinusni signal). Spreminjaj frekvenco izmenične napetosti in meri inducirano napetost. Pri vsaki frekvenci zabeleži tudi efektivno vrednost toka v veliki tuljavi.

4.4 Energija električnega polja

Pri polnjenju kondenzatorja z nabojem opravlja napetostni vir električno delo. Ko napetostni vir iz negativne kondenzatorske plošče prenese naboj de' na pozitivno ploščo, je opravljeno delo $dA = U\,de'$. Celotno delo, ko se kondenzator nabije z nabojem e, je enako

$$A = \int_0^e U\,de' = \int_0^e \frac{e'}{C}\,de' = \frac{e^2}{2C}\,, \tag{7}$$

kjer smo v integral za napetost U vstavili e'/C. Integrirali smo od vrednosti e = 0 do končnega naboja e, ki je na kondenzatorju. Kondenzatorju se je povečala energija za $A = \Delta W_c$. Energija W_c je električna energija kondenzatorja. V enačbi za energijo kondenzatorja lahko naboj e izrazimo s $C\,U$,

$$W_e = \frac{e^2}{2C} = \frac{C\,U^2}{2}\,. \tag{8}$$

Z upoštevanjem zveze $C = \varepsilon_0 S/l$ in formule za prostornino kondenzatorja $V = S\,l$, enačbo predelamo v obliko $W_e = \varepsilon_0 E^2 V/2$. Govorimo o *energiji električnega polja* v kondenzatorju, ki je odvisna od jakosti električnega polja.

Pri praznjenju kondenzatorja teče skozi upornik tok

$$I = I_0 \mathrm{e}^{-t/RC} = \frac{U_0}{R}\,\mathrm{e}^{-t/RC}\,. \tag{9}$$

Delo, ki ga dobi upornik izračunamo tako, da integriramo moč na uporniku:

$$A = \int_0^\infty I^2 R\,\mathrm{d}t = \frac{U_0^2}{R}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-2t/RC}\,\mathrm{d}t = \frac{U_0^2}{R}\,\frac{RC}{2} = \tfrac{1}{2}CU_0^2\,, \tag{10}$$

kar predstavlja kar energijo kondenzatorja, nabitega na napetost U_0.

Izračunajmo še delo, ki ga odda napetostni vir pri polnjenju kondenzatorja. V tem primeru je tok enak kot pri praznjenju: $I = (U_0/R)\,\mathrm{e}^{-t/RC}$, pri računu moči, ki jo vir oddaja, pa moramo upoštevati, da je napetost na viru ves čas konstantna in enaka U_0. Dobimo

$$A = \int_0^\infty U_0 I\,\mathrm{d}t = \frac{U_0^2}{R}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-t/RC}\,\mathrm{d}t = \frac{U_0^2}{R}\,RC = CU_0^2\,. \tag{11}$$

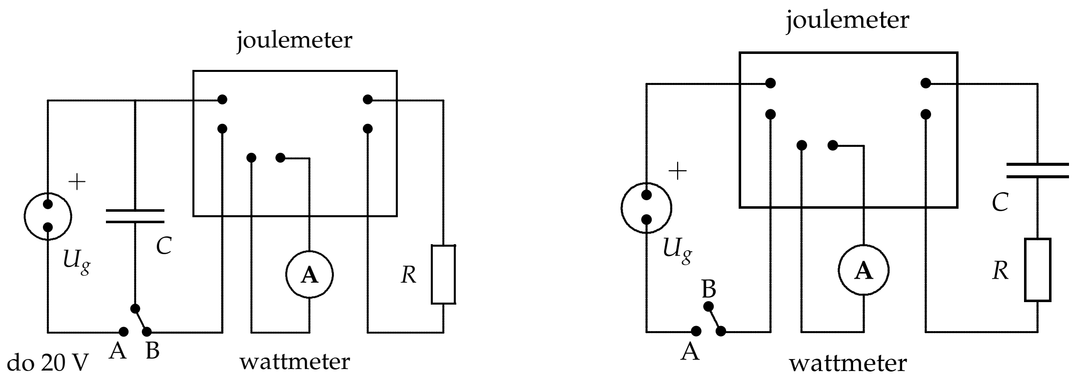
Delo je dva krat večje od energije kondenzatorja. To pomeni, da se polovica dela potroši za segrevanje upornika.

Potek meritve Joulemeter je naprava za merjenje električnega dela, ki ga opravi vir na priključenem uporniku na izhodu merilnika, ko ta potisne skozi upornik določen naboj.

Najprej sestavi vezje po shemi na sliki 3a. Ko je stikalo v položaju A, se kondenzator napolni na napetost vira. Napetost odčitamo na voltmetru (ni prikazan na sliki.) Nato stikalo preklopimo v položaj B, joulemeter meri delo, ki ga kondenzator odda uporniku v izhodni veji; to delo je kar enako energiji kondenzatorja. Stikalo ponovno preklopimo v položaj A in ponovimo meritev pri drugi napetosti.

Za merjenje časovnega poteka moči pri praznjenju uporabimo ampermeter; ko je nastavljen na obseg 100 μA, ustreza celoten odklon 10 mW.

Za merjenje dela pri polnjenju kondenzatorja sestavi vezje po shemi na sliki 3b. Ko preklopimo stikalo s položaja B na A, se kondenzator na izhodni veji joulemetra prične polniti preko upornika. Joulmeter v tem primeru pokaže celotno delo delo, ki ga napetostni vir porabi pri polnjenju kondenzatorja. Meritev ponovimo še pri drugih napetostih vira. Stikalo preklopimo v položaj B in spremenimo napetost vira. Predno preklopimo stikalo v položaj A, moramo vsakič še izprazniti kondenzator.



a) b)

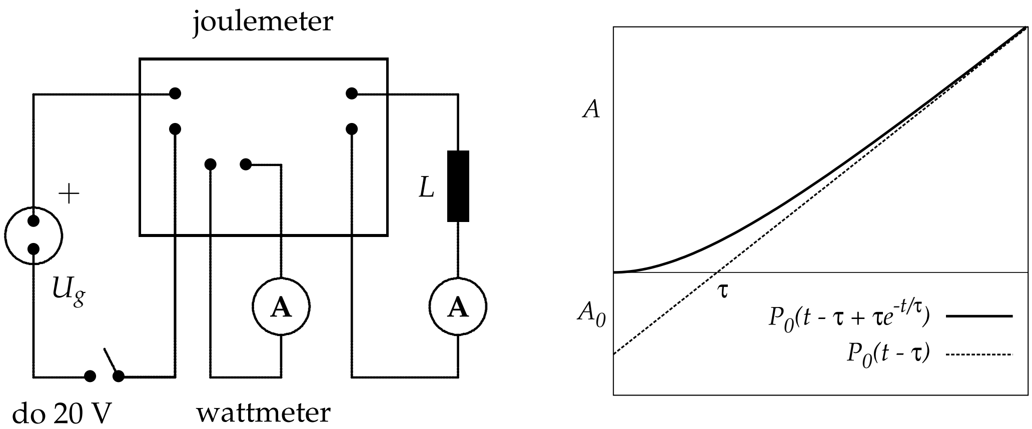
Slika 3: Merjenje dela a) pri praznjenju kondenzatorja in b) pri polnjenju kondenzatorja.

4.5 Energija magnetnega polja

V tuljavi, skozi katero teče tok I_0, nastane magnetno polje. Energija polja (tuljave) je odvisna od toka in *induktivnosti* tuljave; velja

$$W_L = \tfrac{1}{2}\, L\, I_0^2\,. \tag{12}$$

Energijo magnetnega polja v tuljavi bomo merili z joulmetrom v vezju, prikazanem na sliki 4a. Ko s stikalom priklopimo vir z gonilno napetostjo U_g, velja



a) b)

Slika 4: a) Merjenje energije tuljave. b) Časovna odvisnost dela na tuljavi.

$U_g = U_L + U_R = L\mathrm{d}I/\mathrm{d}t + RI$, pri čemer je $U_L = L\mathrm{d}I/\mathrm{d}t$ padec napetosti zaradi induktivnosti tuljave in $U_R = RI$ padec napetosti, zaradi ohmskega upora žic tuljave. (Ta upor je mnogo večji od upora ampermetra v vezju zato upor ampermetra lahko zanemarimo.) Enačbo preuredimo

$$L\,\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = U_g - RI = R\left(I - \frac{U_g}{R}\right) = -R(I - I_0)\,, \tag{13}$$

pri čemer smo vpeljali $I_0 = U_g/R$. V enačbi (13) prenesemo tokove na levo, čas pa na desno stran

$$\frac{\mathrm{d}I}{(I - I_0)} = -\frac{R}{L}\,\mathrm{d}t\,. \tag{14}$$

Enačbo sedaj lahko integriramo, na desni od 0 do poljubnega časa t, na levi pa od začetnega toka 0 do toka I ob času t. Dobimo

$$\ln\left(\frac{I - I_0}{-I_0}\right) = -\frac{R}{L}\,t$$

in po antilogaritmiranju

$$I = I_0 \left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right) , \qquad \tau = \frac{L}{R} . \tag{15}$$

Vidimo, da je $I_0 = U_g/R$ končni tok skozi tuljavo.

Delo, ki ga porabi vir pri poganjanju toka skozi tuljavo, dobimo z integracijo moči, ki se troši na tuljavi:

$$A = \int_0^t P\mathrm{d}t = \int_0^t U_g I \mathrm{d}t = U_g I_0 \int_0^t \left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right) \mathrm{d}t . \tag{16}$$

Enačbo integriramo in dobimo

$$A(t) = U_g I_0 \left(t - \tau + \tau \mathrm{e}^{-t/\tau}\right) = P_0 \left(t - \tau + \tau \mathrm{e}^{-t/\tau}\right) . \tag{17}$$

Po dovolj dolgem času ($t \gg \tau$) lahko člen z $\mathrm{e}^{-t/\tau}$ zanemarimo in (17) predstavlja premico, ki seka časovno os v točki $t = \tau$, ordinato pa v točki $A_0 = -U_g I_0 \tau$ (glej sliko 4b). Velja

$$A_0 = -U_g I_0 \tau = -R I_0^2 \frac{L}{R} = -L I_0^2 = -2W_L , \tag{18}$$

pri čemer je W_L energija tuljave (12).

Potek meritve Iz slike 4b razberemo postopek za določitev energije tuljave. Z joulemetrom merimo delo, ki ga prejme tuljava v odvisnosti od časa, in izmerke vnesemo v graf $A(t)$. Teoretično odvisnost kaže polna črta na sliki. Narišemo tangento (črtkana premica na sliki) in poiščemo presečišči premice z absciso in ordinato. Dobimo vrednost karakterističnega časa τ in vrednost A_0, od koder lahko takoj odčitamo energijo tuljave W_L.

Na drug način lahko energijo določimo s pomočjo programa *Gnuplot* s prilagajanjem funkcije (17) izmerjenim točkam. Pri tem sta prosta prametra P_0 in τ, in velja $W_L = \frac{1}{2} P_0 \tau$.

Meritev ponovimo pri drugih napetostih, pri vsaki meritvi poleg energije W_L zabeležimo tudi končni tok I_0. Rezultate vnesemo v graf $W_L(I_0^2)$. Pričakovana odvisnost je premica z naklonom $\frac{1}{2}L$. Tako dobljeno vrednost induktivnost tuljave L primerjamo z vrednostjo, ki jo dobimo iz zveze $\tau = L/R$. Upor žic (tuljave) R izmerimo z digitalnim ohmmetrom.

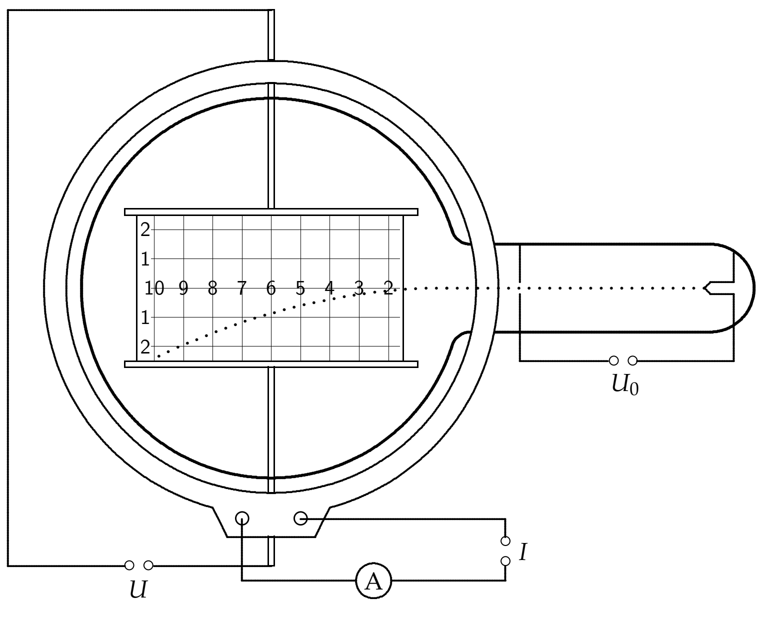
Izmeri še časovni potek moči in iz grafa $\ln(P_0 - P)(t)$ določi časovno konstanto τ. Napetost na izviru nastavi tako, da bo odklon ampermetra, ki meri moč, pri končnem toku skozi tuljavo enak 1 mA. Vrednost 1 mA ustreza moči 100 mW.

4.6 Elektroni v magnetnem in električnem polju

V katodni cevi, v kateri je vakuum, iz vroče katode (na sliki 5 povsem desno) izhajajo elektroni, ki jih napetost U_0 med katodo in anodo pospeši do hitrosti v_0. Pri tem je električno delo $U_0 e_0$ enako končni kinetični energiji elektronov $\frac{1}{2}m_0 v_0^2$, od koder dobimo njihovo hitrost

$$v_0 = \sqrt{\frac{2e_0 U_0}{m_0}}. \tag{19}$$

Ko elektroni zapustijo luknjico v anodi, v vzdolžni smeri ni več električnega polja in se njihova hitrost ohranja.



Slika 5: Uklon elektronov v magnetnem in električnem polju.

Ko vstopijo v kondenzator z vodoravnima ploščama, na elektrone deluje navpična sila $F_y = e_0 E_y = e_0(U/l)$. V navpični smeri se zato gibljejo pospešeno s pospeškom

$$a_y = \frac{F_y}{m_0} = \frac{e_0 U}{m_0 l}, \tag{20}$$

tako kot telo pri vodoravnem metu v težnostnem polju Zemlje. V vodoravni smeri opravijo pot $x = v_0 t$ v navpični pa $y = \frac{1}{2}a_y t^2$. Iz prve enačbe izrazimo

$t = x/v_0$ in vstavimo v drugo:

$$y = \frac{a_y x^2}{2v_0^2} = \frac{Ux^2}{4U_0 l^2}\,. \tag{21}$$

Namesto električnega polja vključimo magnetno polje $\vec{B}$, ki ga v katodni cevi ustvarjata dve tuljavi, v katerih teče tok I. Na elektrone sedaj deluje magnetna sila $\vec{F} = -e_0\vec{v} \times \vec{B}$. Smer sile je pravokotna na hitrost, torej elektron kroži. Iz Newtonovega zakona dobimo $m_0 v^2/r = e_0 v B$, pri čemer je r polmer kroženja:

$$r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B}\,. \tag{22}$$

Tu smo za velikost hitrosti elektrona vstavili kar hitrost (19), saj se hitrost elektrona pri kroženju v magnetnem polju ohranja.

Potek meritve Pri gibanju elektronov v prečnem električnem polju izberi primerni vrednosti U_0 in U, tako da lahko odčitaš vsaj 6 koordinat curka (x, y). Izmerjene točke vnesi v graf $y(x^2)$. Meritev ponovi še za nekaj izbir U_0 in U.

Pri poskusu s hkratnim odklonom curka v električnem in magnetnem polju najprej izberi primerni U_0 in U. Nato spreminjaj tok v tuljavah tako, da dobiš čim bolj raven curek.

Pri kroženju v magnetnem polju določi polmer krožnice z merjenjem koordinat curka x, y tako kot pri prvem delu naloge. Enačba krožnice je $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$, pri čemer sta x_0 in y_0 koordinati središča krožnice. V našem primeru je izhodišče koordinatnega sistema postavljeno v točko, v kateri curek elektronov vstopi v magnetno polje, koordinati središča krožnice pa sta $x_0 = 0$ in $y_0 = -r$. Iz enačbe za krožnico potem hitro dobiš

$$r = \frac{x^2 + y^2}{2y}\,. \tag{23}$$

Polmer izračunaj za nekaj parov (x, y) in določi povprečno vrednost.