

2 Dinamika

2.1 Newtonov zakon – ultrazvok

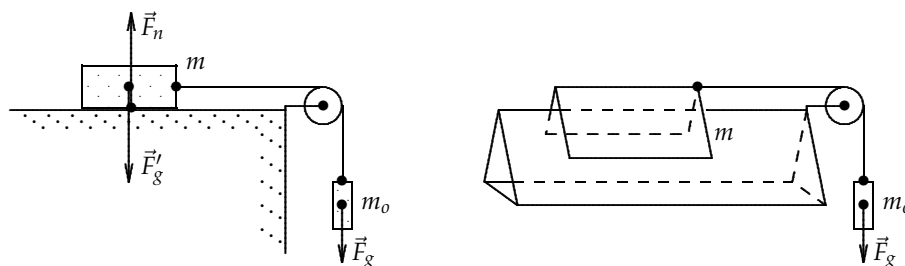
Stalna sila, ki deluje na telo, povzroča, da se telo giblje enakomerno pospešeno. Pospešek \vec{a} ni odvisen zgolj od sile, ampak tudi od *mase* telesa m . Vse tri količine povežemo v *Newtonov zakon*

$$\vec{F} = m \vec{a}. \quad (1)$$

Dve ali več teles sestavlja sistem. Vpeljemo masno središče z enačbo $\vec{r}_o = \sum m_i \vec{r}_i / \sum m_i$. V Newtonovem zakonu

$$\vec{F} = m \vec{a}^* \quad (2)$$

pomeni \vec{a}^* pospešek masnega središča, \vec{F} pa je vsota vseh zunanjih sil, ki delujejo na sistem.



Slika 1: a) Enakomerno pospešeno gibanje. b) Poskus na zračni drči

Newtonov zakon preverimo, če ugotovimo ustrezne relacije med maso, silo in pospeškom. Eno od teh treh količin držimo konstantno in spreminjamo drugo, da se ob njej spreminja še tretja. Pri poskusu vleče vozilo z maso m stalna sila vrvice. Vrvica je speljana prek kolesca, na kateri visi masa m_o . Nanjo deluje navpično navzdol sila *teže*: $F_g = m_o g$, kjer je g težni pospešek. To je zunanja vlečna sila, ki pospešuje sistem, kateremu pripadata obe telesi z masama m in m_o . Newtonov zakon za ta primer zapišemo takole:

$$F_g = (m + m_o) a. \quad (3)$$

F_g ni edina zunanja sila, saj na telo deluje še teža vozila, ki pa jo uravnoveša nasprotno enaka sila podlage. Drugih sil v enačbi nismo upoštevali, kar pomeni, da silo trenja, zračnega upora in podobno ne upoštevamo. Takšne pogoje lahko do neke mere uresničimo z vozilom na zračni blazini. V tem primeru ni trenja, zračni upor pa je znatno manjši od vlečne sile.

Pri gibanju vozička, ki ni na zračni drči, moramo upoštevati še *silo trenja*. Ta sila je sorazmerna sili na podlago. Pri vodoravni podlagi je premo sorazmerna teži telesa $F_g = m g$, kjer je g težni pospešek (pospešek prostega pada). Tudi pri kotalnem trenju je sila trenja sorazmerna teži. Velja:

$$F_{tr} = k_{tr} F_g. \quad (4)$$

Sorazmernostna konstanta k_{tr} je *koeficient (kotalnega) trenja*.

S spreminjanjem mase in vlečne sile ter računalniškim merjenjem pospeška lahko preverimo premo sorazmerje med vlečno silo in pospeškom ter obratno sorazmerje med maso sistema in pospeškom, kot to pove Newtonov zakon.

Mase vozička in uteži določi s tehtanjem.

Gibanje vozička spremljamo z ultrazvočnim slednikom. Računalnik pri tem beleži odmik vozička kot funkcijo časa. Pospešek določimo tako, da skozi izmerjene točke prilagodimo *parabolo*: $s(t) = A t^2 + B t + C = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + s_0$, pri čemer je $C = s_0$ odmik, $B = v_0$ pa hitrost ob času $t = 0$, in $a = 2A$ iskani pospešek.

Predno sprožiš meritev, preveri, če je voziček vsaj 40 cm oddaljen od ultrazvočnega slednika. (To je najmanjša razdalja, ki jo slednik še lahko meri.) Sproži meritev. Voziček spusti šele, ko zaslišiš signal. Na računalniškem zaslonu se izriše odmik vozička kot funkcija časa. Če so v grafu motnje, meritev ponovi. Z miško izberi področje, kjer je gibanje vozička *enakomerno pospešeno*. (Parabola preide v premico v področju, ko vlečna sila preneha, tj. ko se utež dodakne tal.) Lahko izbereš tudi nekoliko ožje področje. Odčitaj izmerjen pospešek ($2A$) in njegovo napako.

Meri z vsaj 5 različnimi vlečnimi silami. Nariši graf $a(F)$ pri konstantni masi sistema ter graf $a(m^{-1})$ pri izbrani vlečni sili. Iz grafa $a(F)$ določi silo trenja in koeficient kotalnega trenja.

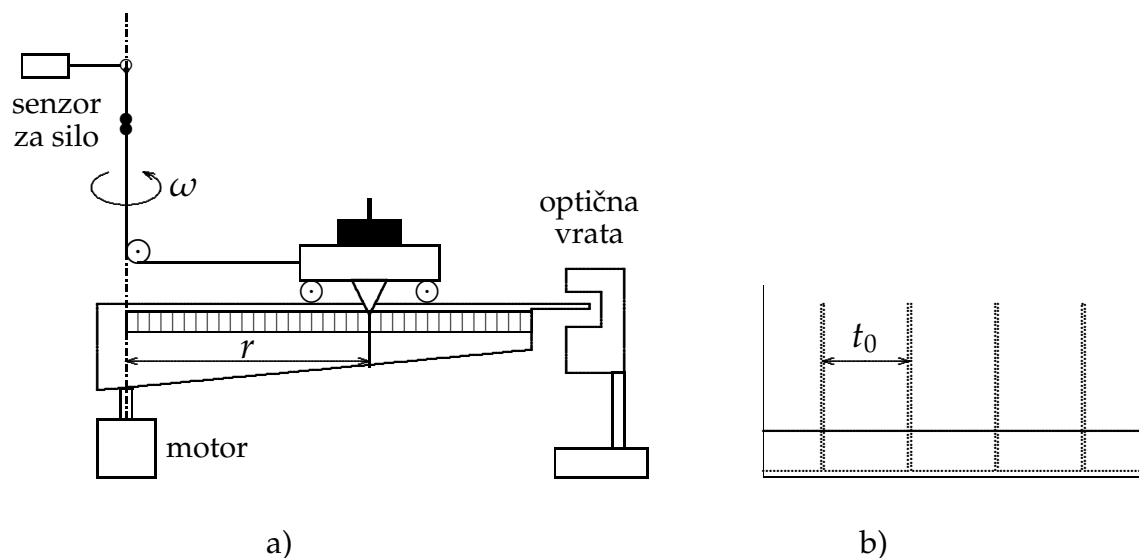
2.2 Sila pri enakomernem kroženju

Pri enakomernem kroženju na telo deluje centripetalna sila, ki kaže proti središču kroženja. Velja

$$F_{cp} = ma_{cp} = m\omega^2 r = m4\pi^2\nu^2 r, \quad (5)$$

pri čemer je m masa telesa, ω krožna frekvenca, ν frekvenca in r razdalja od osi do (težišča) telesa.

Z napravo na sliki 2 merimo silo in ugotovljamo zvezo med silo, maso telesa, krožno frekvenco in radijem kroženja.



Slika 2: a) Naprava za merjenje centripetalne sile. b) Računalniški prikaz: časovni potek sile (polna črta) in časovni potek signala iz optičnih vrat (črtkano).

Silo merimo s senzorjem, povezanim z računalnikom, tako kot je opisano pri sklopu *Merjenje sil in snovnih lastnosti* pri predmetu *Osnove merenj*. Senzor je potrebno ponovno umeriti z utežmi.

Maso spreminjamo tako, da na voziček dodajamo uteži.

Radij kroženja spreminjamo s pomikanjem senzorja za silo gor in dol.

Frekvenco računamo iz časa enega obrata, $\nu = 1/t_0$, ki ga merimo z optičnimi vrati. Prekinitve žarka računalnik prikaže kot zaporedje kratkih signalov in iz razmika med dvema sosednjima lahko določimo čas t_0 (glej sliko 2b).

2.3 Izrek o gibalni količini

Izrek o gibalni količini pove, da je sprememba gibalne količine enaka sunku sile:

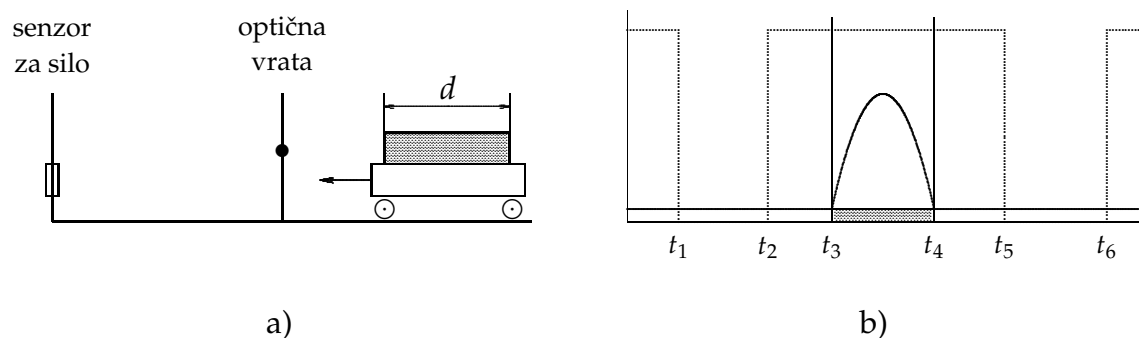
$$m\vec{v} - m\vec{v}' = \int \vec{F}(t) dt, \quad (6)$$

pri čemer je \vec{v} končna in \vec{v}' začetna hitrost telesa in m njegova masa.

Izrek preverimo s poskusom, pri katerem se voziček odbije od stene. Merimo začetno in končno hitrost vozička ter časovni potek sunka sile, s katero deluje stena na voziček. Iz znane mase vozička izračunamo spremembo gibalne količine, iz časovnega poteka sile, ki jo beleži računalnik, pa integral sile po času.

Senzor za silo daje na izhodu napetost, ki jo pretvorimo v silo s postopkom, opisanim pri vaji *Merjenje sil z računalnikom* pri Osnovah merjenj. Zvezo med napetostjo in silo zapišemo v obliki $F = k(U - U_0)$, pri čemer je U_0 napetost, ki jo daje neobremenjen senzor.

Potek poskusa kaže slika 3a. Voziček poženemo proti senzorju. Ko potuje skozi optična vrata, ploščica z dolžino d na vozičku prekine signal v vratih. Računalnik zabeleži začetek prekinitve (čas t_1 na sliki 3b) in čas konca prekinitve (t_2). Iz razlike časov in podatka d izračunamo začetno hitrost vozička. Končno hitrost izračunamo ob drugi prekinitvi (med časoma t_5 in t_6); pri tem moramo upoštevati, da se sedaj voziček giblje v nasprotno smer glede na prvotno.



Slika 3: a) Naprava za preverjanje izreka o gibalni količini. b) Računalniški prikaz: časovni potek sile (polna črta) in časovni potek signala v optičnih vratih (črtkano).

Ob času t_3 se voziček zaleti v senzor za silo, ob času t_4 se voziček odlepi od senzorja. Računalnik beleži časovni potek napetosti na senzoru in lahko izračuna časovni integral napetosti med zelenim in vijoličnim kazalcem (navpično črto), ki ju z miško postavimo k časoma t_3 in t_4 . Tako določen integral je večji od prave vrednosti, zaradi premaknjene ničle senzorja (osenčeno področje na sliki 3b). Pomagamo si lahko tako, da od prikazane vrednosti odštejemo produkt $U_0(t_4 - t_3)$.

Enostavneje pa to naredimo tako, da pokus ponovno sprožimo, vozička pa ne poženemo, temveč s prstom prekinemo signal v optičnih vratih. V tem primeru kaže računalnik le napetost U_0 . Če oba kazalca, ki določata integracijski meji, pustimo pri časih t_3 in t_4 , nam sedaj računalnik prikaže integral napetosti U_0 , ki ga odštejemo od izračunanega integrala pri poskusu z vozičkom. Sunek sile je torej enak

$$\int F(t) dt = k \left(\int_{t_3}^{t_4} U(t) dt - \int_{t_3}^{t_4} U_0 dt \right), \quad (7)$$

kjer je k umeritvena konstanta senzorja za silo.

Poskus ponovi vsaj petkrat. Za vsako ponovitev izračunaj *relativno odstopanje* med levo in desno stranjo v (6).

2.4 Balistično nihalo

Hitrost izstrelka v_0 merimo z balističnim nihalom.

Pri poskusu se izstrelak (kroglica) zapiči v leseno klado in obtiči v njej. Trk je zelo kratek, zato je vsota zunanjih sil med trkom enaka 0 in ohranja se *skupna* gibalna količina izstrelka in klade:

$$mv_0 = (m + M)v, \quad (8)$$

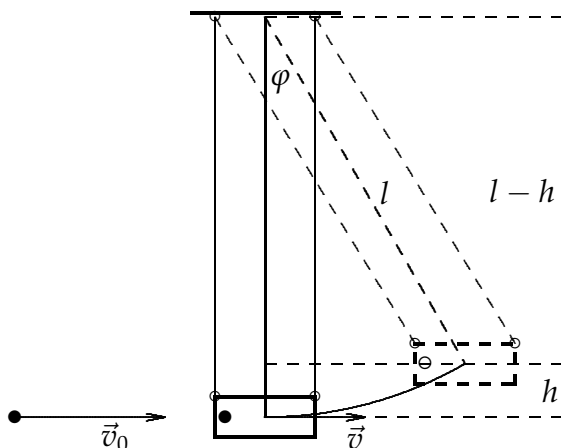
če je m masa izstrelka, M masa klade in v skupna hitrost klade in izstrelka takoj po trku.

Klada z izstrelkom se odkloni in pri tem dvigne za višinsko razliko h . V tem trenutku je njena hitrost enaka 0. Velja izrek o ohranitvi vsote kinetične in potencialne energije; začetna kinetična energija se pretvori v potencialno:

$$\frac{1}{2}(m + M)v^2 = (m + M)gh. \quad (9)$$

Višino h izrazimo s kotom φ , za katerega se je nihalo odmaknilo, in razdaljo l od osi do težišča sistema. Iz slike 4 razberemo $l - h = l \cos \varphi$ in od tod $h = l - l \cos \varphi = l(1 - \cos \varphi)$. Upoštevamo trigonometrijsko zvezo za polovične kote $\sin^2(\frac{1}{2}\varphi) = \frac{1}{2}(1 - \cos \varphi)$ in dobimo $h = 2l \sin^2(\frac{1}{2}\varphi)$. Če je kot dovolj majhen, lahko sinus kota nadomestimo s kotom (v radianih). Dobimo $h = \frac{1}{2}l\varphi^2$ in iz (9) sledi

$$v = \sqrt{gl} \varphi \quad \text{ter} \quad v_0 = \frac{m + M}{m} \sqrt{gl} \varphi. \quad (10)$$

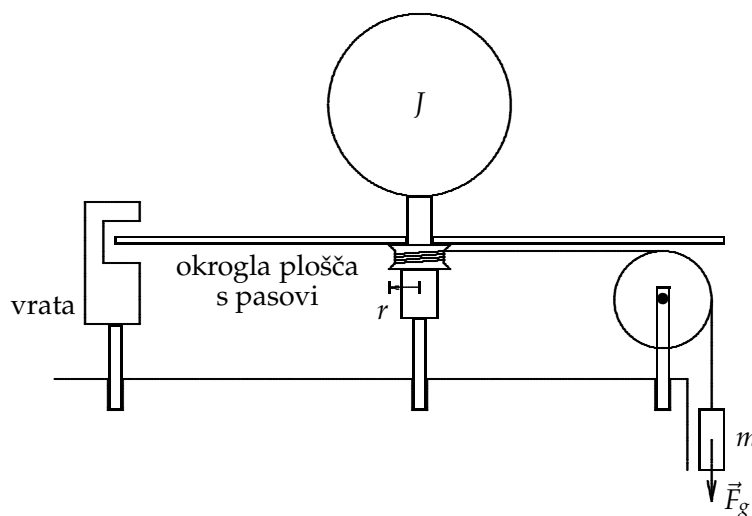


Slika 4: Merjenje hitrosti izstrelka z balističnim nihalom

2.5 Newtonov zakon za vrtenje

Merjenje vztrajnostnega momenta izvedemo z napravo na sliki 5, ki ima nosilec, vrtljiv okrog svoje osi skoraj brez trenja, za kar poskrbi kvaliteten ležaj, in obroč – kolesce z radijem r , okrog katerega navijemo nikjer pritrjeno vrvico, potegnjeno prek drugega kolesca (škripca). Na vrvico obesimo utež, ki povzroči stalno silo mg in stalen navor mgr , kjer je ročica r radij kolesca. Newtonov zakon za vrtenje togega telesa okrog stalne osi, ki ga poganja padajoča utež, pove, da stalen navor povzroči enakomerno pospešeno vrtenje s kotnim pospeškom α : $J\alpha = M$, kjer je J vztrajnostni moment telesa. Sila, ki povzroči navor, je nasprotno enaka sili vrvice na utež, na katero deluje tudi teža uteži mg . Ta sila pa se pojavi tudi v Newtonovem zakonu za padajočo utež: $ma = mg - F$ in $F = m(g - a)$. Zato je $J\alpha = m(g - a)r$. Obodni pospešek $a = r\alpha$ krožečega se telesa je enak pospešku mase uteži. Velja:

$$J\alpha = m(g - r\alpha)r \quad \text{in} \quad J = \frac{mgr}{\alpha} - mr^2. \quad (11)$$



Slika 5: Naprava za merjenje vztrajnostnega momenta.

Na kolescu je tudi prozorna okrogla plošča, na kateri so vrisani v obliki zvezde izmenjajoči se prozorni in neprozorni pasovi v razmaku 15° , ki kroži s celotno napravo vred. Ob robu omenjene plošče so svetlobna vrata, priključena na računalnik, ki registrirajo vsako prekinitev svetlobnega snopa ob prehodu iz prozornega v neprozorni pas. Računalnik beleži časovni potek kota zavrtitve. Merjenje

kotnega pospeška poteka tako kot pri vaji *Enakomerno pospešeno vrtenje – optična vrata* pri Osnovah merjenj: kotno hitrost računamo kot $\omega(t_i) = \Delta\varphi / (t_{i+1} - t_{i-1})$ ($\Delta\varphi = 30^\circ$), kotni pospešek določimo iz naklona premice v grafu $\omega(t)$.

Merimo najprej brez dodatne mase in vse ustrezne količine označimo z $'$. Kotni pospešek sistema brez dodatne mase je $\alpha' = \Delta\omega' / \Delta t'$. Utež m' enakomerno pospešuje celoten sistem z vztrajnostnim momentom J' : $J'\alpha' = m'(g - \alpha'r)r$. Enačba omogoča izračun J' .

Ko dodamo maso (npr. kroglo, ki ima vztrajnostni moment $J = 2MR^2/5$), valj ($J = MR^2/2$) ali obroč ($J = MR^2$)), pospešujemo z nekoliko večjo maso m . Vztrajnostni moment krogle ali drugega telesa izračunamo po enačbi $J = mgr/\alpha - J' - mr^2$. Primerjamo ga z izračunano vrednostjo iz njegove mase in radija.

2.6 Ohranitev vrtilne količine

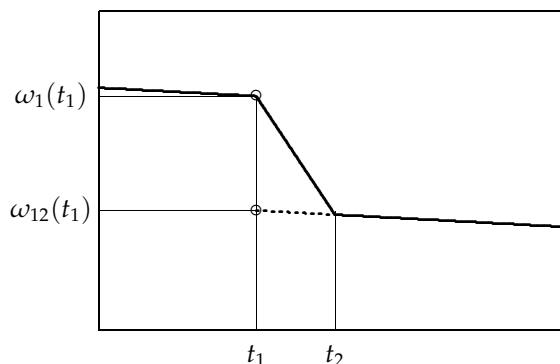
Trk obročev Eksperimentalno napravo sestavljata dva obroča (kolesi), ki se prosto vrtita okoli skupne osi. Spodnje kolo zavrtimo, zgornje kolo pa na začetku pridrži in nato spustimo, da se sprime s spodnjim. Če je sunek navora trenja v ležaju zanemarljivo majhen, se pri trku ohrani vrtilna količina sistema:

$$J_1\omega_1 = (J_1 + J_2)\omega_{12} . \quad (12)$$

Pri tem z J_1 označimo vztrajnostni moment spodnjega kolesa, z J_2 zgornjega, z ω_1 kotno hitrost spodnjega kolesa in z ω_{12} skupno kotno hitrost obeh koles po trku. Z računalnikom, povezanim z optičnimi vrati, sledimo spreminjanju kotne hitrosti spodnjega kolesa.

Poskus pokaže, da pri nekoliko bolj natančni analizi ne smemo zanemariti trenja v ležaju. V tem primeru ohranitev vrtilne količine velja le v primeru, če je čas trka zanemarljivo kratek.

Potek merjene kotne hitrosti shematsko kaže slika 6. Čas trka ni zanemarljiv in je kotna hitrost v trenutku, ko se obroča sprimetata, manjša kot bi bila v primeru, če bi bil trk zelo kratek. Pri preverjanju izreka (12) zato skupno kotno hitrost ω_{12} ekstrapoliramo k času t_1 , ki ustreza začetku trka, tako kot je s črtkano daljico prikazano na sliki 6.



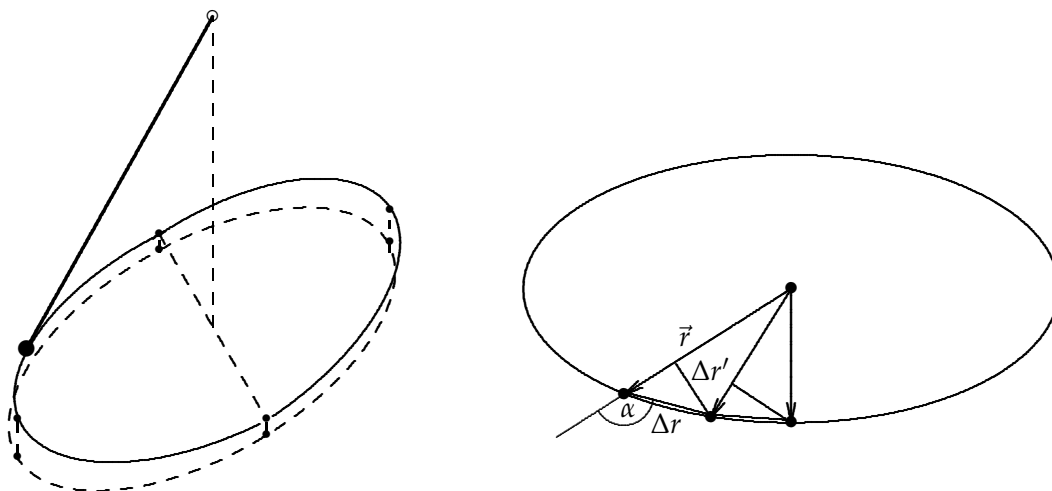
Slika 6: Časovni potek kotne hitrosti spodnjega obroča.

Meritev napravi tako, da z eno roko zavrtiš spodnje kolo, z drugo pa pridržiš zgornje kolo. Razdalja med kolesoma naj bo pri tem čim manjša. Na računalniku sprožimo začetek meritve, hitro preštejemo do tri in spustimo zgornje kolo, da se sprime s spodnjim. Na računalniku nastavimo prikaz hitrosti in dobljeni graf natisnemo.

Določi razmerje kotnih hitrosti in ugotovi, za koliko se razlikuje od teoretičnega. Kolesi imata enaka vztrajnostna momenta ($J_2 = J_1$), zato je teoretično razmerje kotnih hitrosti $\omega_1/\omega_{12} = 2$.

Gibanje po elipsi Posodico s kapljajočo obarvano tekočino suni tako, da se giblje projekcija njenega gibanja na vodoravno podlago po elipsi podobni krivulji. Če se telo giblje po elipsi, je sila, ki deluje nanj, centralna: usmerjena k središču. Zato je sunek navora ves čas 0 in vrtilna količina se ohranja. Z razdaljo masne točke do središča r se spreminja tudi obodna hitrost. Iz slike 7 razberemo, da je ploščina trikotniku podobnega eliptičnega izseka enaka $S = \frac{1}{2} r \Delta r' = \frac{1}{2} r \Delta r \sin(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{2} r \Delta r \sin \alpha$. Za ploščinsko hitrost (spremembo plošine trikotnika s časom) velja $\Delta S / \Delta t = \frac{1}{2} r (\Delta r / \Delta t) \sin \alpha = \frac{1}{2} r v \sin \alpha$. Iz zveze za vrtilno količino točkastega telesa $\vec{\Gamma} = \vec{r} \times m\vec{v}$ sledi zveza med velikostjo vrtilne količine in ploščinsko hitrostjo: $\Gamma = mrv \sin \alpha = 2m \Delta S / \Delta t$. Ploščina, ki jo opiše \vec{r} v času Δt , je torej premo sorazmerna z vrtilno količino $\Delta S = \frac{1}{2m} \Gamma \Delta t$. Če pokažemo, da so ploščine trikotnikov, ki pripadajo enakim časovnim intervalom, enake, dokažemo, da se vrtilna količina ohranja.

Na papirju označi središče elipse in ga poveži z odtisi kapljic, ki padajo v enakomernih časovnih intervalih. Izmeri stranico in višino v tako nastalih trikotnikih in izračunaj ploščino. Ugotovi, ali so te zares enake.



Slika 7: Ohranitev vrtilne količine pri gibanju po elipsi.

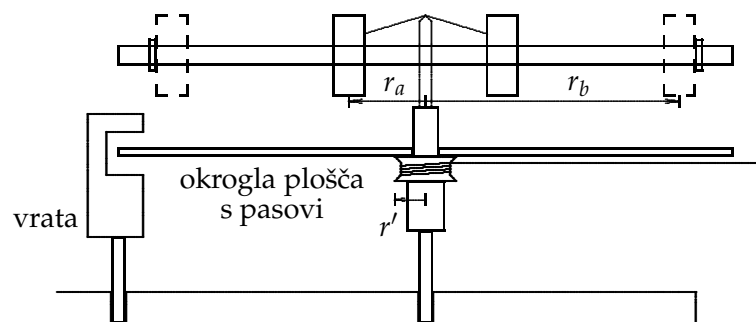
2.7 Ohranitev vrtilne količine – uteži

Izrek o ohranitvi vrtilne količine velja tudi v primeru, ko se je ob nekem dogodku spremenil položaj mas v vrtečem se sistemu in pri tem ni deloval zunanji navor:

$$J_2\omega_2 = J_1\omega_1. \quad (13)$$

Pri tem pomeni J_1 vztrajnosti moment telesa pred dogodkom, J_2 pa vztrajnosti moment telesa po dogodku. Če se poveča vztrajnostni moment sistema zaradi prerazporeditve njegovih delov, se kotna hitrost vrtečega se sistema zmanjša. Poskus, ki ga bomo napravili, je podoben primeru, ko drsalec na ledu pri izvedbi piruete, premakno roke iz priročnja v odročnje.

Poskus izvedemo z napravo na sliki 8. K napravi sodi tudi kovinska palica z dolžino okrog 50 cm. Pritrjena je simetrično in pravokotno na os vrtenja. Nanjo nasadimo simetrično na os dve enaki, debelemu kovancu podobni preluknjani valjasti telesi. Obe dodatni valjasti telesi, vsako z maso m , pritrdimo med seboj z nitjo tako, da ohranjata svoj položaj tudi med vrtenjem.



Slika 8: Naprava za preverjanje ohranitve vrtilne količine.

Vztrajnostni moment naprave brez valjastih teles označimo z J' . Ko dodamo valjasti telesi, se vztrajnostni moment poveča za $2mr_a^2$, kjer je r_a razdalja valjastega telesa z maso m od osi vrtenja. Če privzamemo, da valjasti telesi lahko obravnavamo kot točkasti telesi, ki sta za ročico r_a oddaljeni od osi kroženja, je skupni vztrajnostni moment naprave enak

$$J_a = J' + 2mr_a^2. \quad (14)$$

Z močnim potegom vrvice, ki po odvitju odpade, pospešimo napravo tako, da kroži z masama v položaju a s stalno kotno hitrostjo ω_a in vrtilno količino

$$\Gamma_a = J_a\omega_a. \quad (15)$$

Če nitko, ki povezuje obe valjasti telesi, prežgemo, obe telesi odletita v končni položaj b (da ne zletita iz palice, poskrbita dva vijaka na kovinski palici). Po dogodku se vztrajnostni moment zveča zaradi povečane ročice r_b in je sedaj $J_b = J' + mr_b^2$. Nova vrtilna količina z masama v položaju b pa je

$$\Gamma_b = J_b \omega_b. \quad (16)$$

Izrek o ohranitvi vrtilne količine velja za sisteme, ko se je spremenil položaj dodanih mas po dogodku in pri tem ni deloval zunanji navor, zato

$$J_a \omega_a = J_b \omega_b \quad \text{ali} \quad \frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{J_b}{J_a}. \quad (17)$$

Kotna hitrost se je zmanjšala na račun povečanega vztrajnostnega momenta sistema.

Računalnik omogoča, da zabeležimo časovno odvisnost kota. Iz grafa časovne odvisnosti kotne hitrosti, kjer je zabeležen pojav preskoka dodanih mas iz položaja a v položaj b, odčitamo obe kotni hitrosti (v grafu sta to dva platoja). Ker smo oba dodatna vztrajnostna momenta J_a in J_b izmerili ali izračunali, lahko preverimo veljavnost izreka o ohranitvi vrtilne količine, tako da izračunamo in primerjamo razmerji kotnih hitrosti in vztrajnostnih momentov v enačbi (17).

Vztrajnostna momenta J_a in J_b vrtečega sistema lahko določimo s postopkom, opisanim pri nalogi *Newtonov zakon za vrtenje*, in izračunamo z enačbo (11). (Začetni vztrajnostni moment seveda izmerimo predno prežgemo vrvico.)

Smiselno je, da izračunamo še rotacijski energiji sistema pred dogodkom $W_{ra} = J_a \omega_a^2 / 2$ in po dogodku $W_{rb} = J_b \omega_b^2 / 2$. S tem pokažemo, da se energija v nasprotju z vrtilno količino ne ohranja.

2.8 Precesija

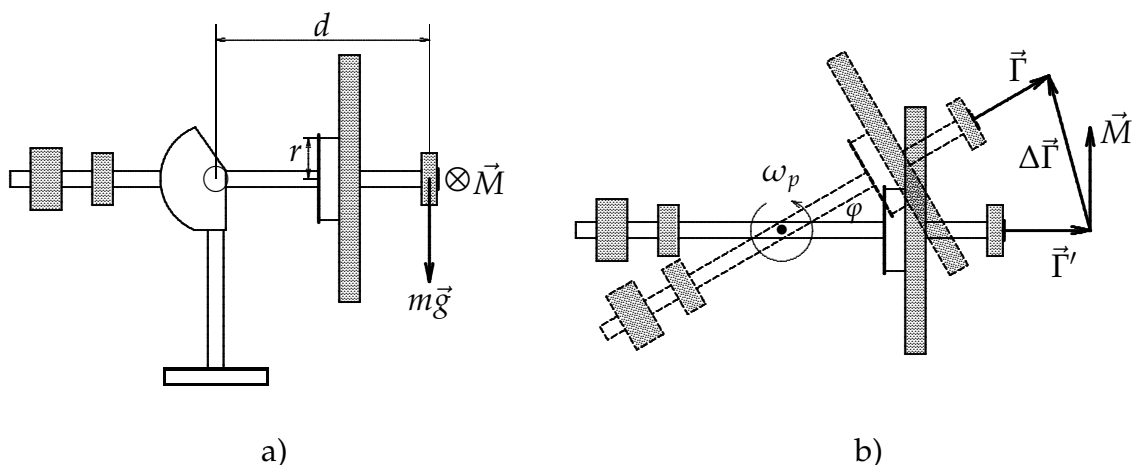
Na vodoravni gredi na sliki 9a) je na desni strani velika krožna plošča (valj), ki je z ležajem povezana z gredjo tako, da se lahko prosto vrti okoli gredi. Gred s ploščo je prosto vrtljiva okoli navpične osi in okoli vodoravne osi, pravokotne na gred. V vodoravnem položaju gred uravnovesimo z dvem utežema (na levi strani slike). Krožno ploščo zavrtimo s pomočjo vrvice, ovite okoli valja ob plošči. Plošča ima vrtilno količino z velikostjo $\Gamma = J\omega$, ki kaže v smeri osi vrtenja (slika 9b). Pri tem je J vztrajnostni moment plošče in ω njena kotna hitrost.

Na desno krajišče v razdalji d od vodoravne osi postavimo utež z maso m . Na sistem sedaj deluje navor z velikostjo mgd v smeri, pravokotni na ročico d in težo uteži (v list na sliki a). Poleg vrtenja velike krožne plošče s frekvenco ω okoli gredi, se celoten sistem sedaj vrti še s krožno frekvenco ω_p okoli *navpične osi*, kot kaže slika 9b. Pri tem se spreminja smer vrtilne količine, njena velikost pa ostaja konstantna. V času t se sistem zavrti za kot $\varphi = \omega_p t$. Če vzamemo dovolj kratek čas, je kot φ majhen in v trikotniku, ki ga tvorita vektorja $\vec{\Gamma}$ in $\vec{\Gamma}'$, velja $\Delta\Gamma = 2\Gamma \sin \frac{1}{2}\varphi \approx \Gamma\varphi$. Po Newtonovem zakonu je sprememba vrtilne količine enaka sunku navora:

$$\Delta\Gamma = Mt. \quad (18)$$

Na levi vstavimo $\Delta\Gamma = \Gamma\varphi = J\omega\omega_p t$, na desni pa $Mt = mgd t$ in dobimo

$$\omega_p = \frac{M}{\Gamma} = \frac{mgd}{J\omega}. \quad (19)$$



Slika 9: a) Pogled s strani b) Pogled od zgoraj

Kotno hitrost ω meri s stroboskopom, kotno hitrost precesije ω_p pa s štoparico,

tako da meriš čas enega precesijskega obrata. (Podatki: masa uteži, ki povzroča navor, $m = 150$ g, ročica $d = (188 \pm 1)$ mm.)

Vztrajnostni moment J določi z merjenjem kotnega pospeška pri vrtenju z znanim navorom.

V tem delu vaje gred učvrsti s prižemo, okoli valja ob krožni plošči navij vrvico in napelji preko škripca na robu mize. Na prosto krajišče obesi utež z maso m' , tako da se začne plošča enakomerno pospešeno vrteti s kotnim pospeškom $\alpha = M'/J = m'(g - a)r/J$, pri čemer je r polmer valja, okoli katerega je navita vrvica. Kotni pospešek α je povezan s pospeškom a , s katerim se spušča utež, kot $a = r\alpha$. Pospešek a določimo tako, da izmerimo višino h , za katero se utež spusti v času t , merjenim od začetka gibanja uteži: $a = 2h/t^2$. Iskani vztrajnostni moment je potem enak

$$J = \frac{m'(g - a)r}{\alpha} = m'r^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (20)$$