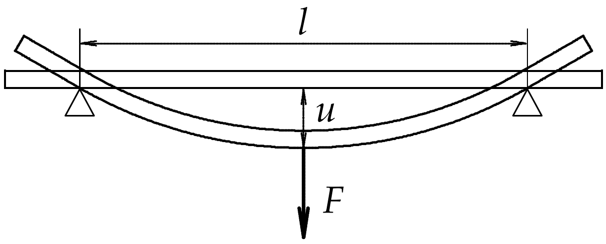
2 Elastomehanika in termodinamika

2.1 Upogib palice

Pri upogibu palice, vpete med dva nosilca v razmiku l (slika 1), se deli palice na notranji strani loka skrčijo, na zunanji pa raztegnejo. Velikost skrčka in raztega je odvisna od elastičnega modula E, geometrijskih razsežnosti palice in sile F, ki upogiba palico. Za odmik točke na sredini med nosilcema od prvotne lege lahko izpeljemo zvezo

$$u = \frac{F\,l^3}{192EJ} \tag{1}$$

pri čemer je J odvisen od prečnega preseka palice. Za kvadraten profil velja $J = a^4/12$, pri čemer je a stranica kvadrata, za okrogel profil pa $J = \pi d^4/64$, d je premer palice.



Slika 1: Upogib palice

Potek Palico obremeni s predutežjo (200 g do 300 g) in merilno urico (skala je v stotinkah milimetra) nastavi na 0. Palico obremenjuj (in nato tudi razbremenjuj) z utežmi in odvisnost upogiba od sile vnesi v graf $u(F)$. Skozi izmerke potegni premico

$$u = kF\,, \qquad k = \frac{l^3}{16Ea^4}\,. \tag{2}$$

in iz naklona izračunaj E.

2.2 Zasuk palice

Pri zasuku palice (slika 2b) so deli palice obremenjeni s strižno napetostjo. Strižna deformacija je prikazana na sliki 2a. Velikost deformacije meri kot ϑ:

$$\vartheta = \frac{1}{G}\tau\,, \qquad \tau = \frac{F}{S}\,. \tag{3}$$

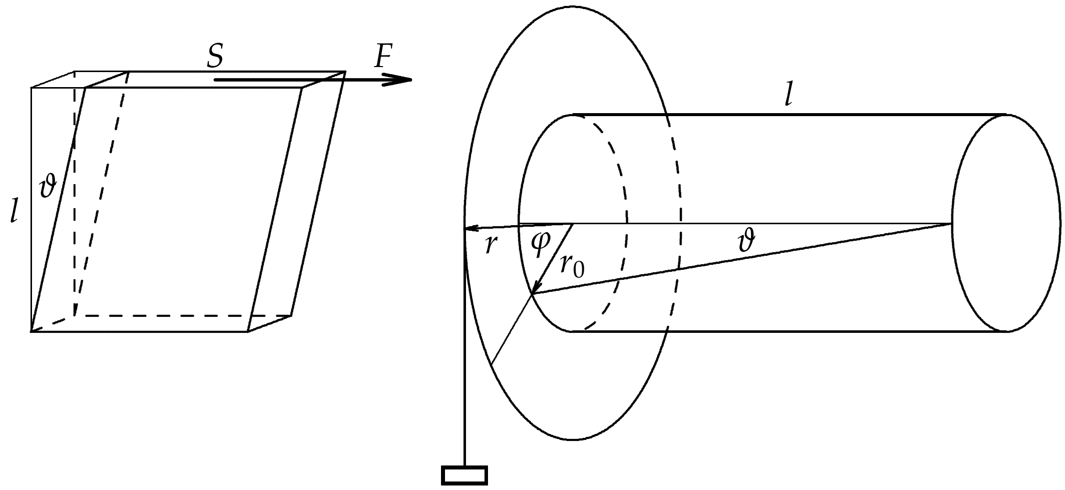
Tu je τ strižna napetost in G **strižni modul** snovi. Strižni modul je povezan s elastičnim modulom kot

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}\,, \tag{4}$$

pri čemer je μ Poissonovo število. Pri obremenitvi palice na nateg je Poissonovo število določeno kot razmerje relativnega skrčka palice $\Delta a/a$ v prečni smeri in relativnega raztezka palice v vzdolžni smeri $\Delta l/l$:

$$\mu = \frac{\Delta a/a}{\Delta l/l} \tag{5}$$

in lahko zavzame vrednosti med 0 in 0,5.



a) b)

Slika 2: Zasuk palice

Pri zasuku je palica obremenjena z navorom $M = rF$, r je razdalja od osi do prijemališča sile uteži. Za zasuk palice φ (glej sliko 2b) velja

$$\varphi = M\,\frac{2l}{G\pi r_0^4} = F\,\frac{2lr}{G\pi r_0^4}\,, \tag{6}$$

kjer je l dolžina palice med točkama, v katerih je palica vpeta, in r_0 polmer palice.

Potek Podobno kot pri upogibu palice meri odvisnost zasuka od sile in iz grafa $\varphi(F)$ določi naklon premice skozi izmerjene točke in od tod izračunaj G.

Iz izmerjenih G in E (E si izmeril pri prejšnji nalogi) izračunaj še Poissonovo število (5) za različne snovi (jeklo, medenina, aluminij ...).

2.3 Gay-Lussacov zakon

Za izobarne spremembe idealnega plina velja *Gay-Lussacova enačba*:

$$\frac{V}{T} = \frac{V_o}{T_o} \qquad \text{pri} \quad p = konst. \tag{7}$$

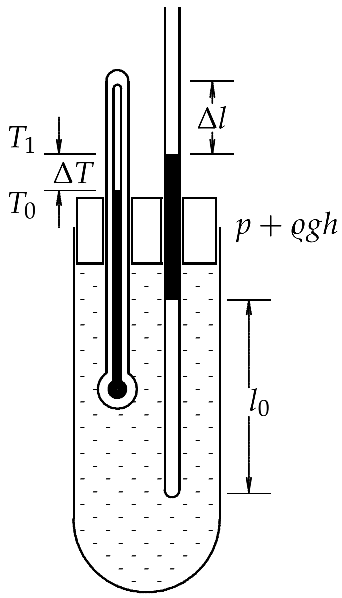
Po logaritmiranju in diferenciranju dobimo $\mathrm{d}V/V = \mathrm{d}T/T$. Iz te zveze najdemo temperaturni razteznosti koeficient za pline:

$$\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T}\right)_p = \frac{1}{V}\left(\frac{V}{T}\right) = \frac{1}{T}. \tag{8}$$

Enačbo (7) preverjamo z napravo na sliki 3. Merjenec je zrak z dolžino l, zaprt v cevi s presekom S z živosrebrnim stebričkom z dolžino h. Cev in termometer sta vtaknjena v posodo z vodo, ki jo segrevamo. Merjenec ima pri temperaturi T prostornino $V = S\,l$ in tlak $p = p_0 + p_h$, kjer je p_0 zunanji zračni tlak in $p_h = \varrho\,g\,h$. Med merjenjem se tlak ne spreminja. Enačbo (7) lahko zapišemo kot

$$\frac{Sl}{T} = \frac{Sl_0}{T_0} \quad \text{ali} \quad \frac{l}{T} = \frac{l_0}{T_0}, \tag{9}$$

pri čemer je l_0 dolžina stolpca zraka pri začetni temperaturi T_0.



Slika 3: Merjenje razteznosti plinov

Potek Pri segrevanju zapisuj temperature v korakih $\Delta T \approx 3 – 5$ K in meri dolžino stolpca l (ne pozabi prišteti l_0). Najprej preveri, če je razmerje l/T res konstantno, tako da narišeš graf $l(T)$ in skozi točke potegneš premico.

V tabeli pri vsaki spremembi temperature ΔT zapiši spremembo raztezka Δl in izračunaj temperaturni koeficient prostorninskega raztezka β pri tej temperaturi:

$$\beta = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{1}{l}\frac{\Delta l}{\Delta T} \tag{10}$$

in ga primerjaj s teoretično vrednostjo $1/T$. Pri tem za l in T vzemi (srednjo) vrednost obeh količin v računanem intervalu.

2.4 Izoterma in adiabata

Pri **izotermni spremembi** velja Boylova enačba ali *Boylov izrek*: produkt tlaka idealnega plina in njegove prostornine se pri nespremenjeni temperaturi ohranja:

$$p\,V = p_o\,V_o \qquad \text{pri} \quad T = konst. \tag{11}$$

Iz te enačbe pridemo do enačbe za izotermno stisljivost plina, če enačbo najprej logaritmiramo: $\ln p + \ln V = konst$, nato pa še diferenciramo: $\mathrm{d}p/p + \mathrm{d}V/V = 0$. Od tod je **izotermna stisljivost**

$$\chi = -\frac{1}{V}\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p}\right)_T = \frac{1}{p}. \tag{12}$$

Indeks T pri $(\mathrm{d}V/\mathrm{d}p)_T$ pomeni, da odvajamo prostornino V po tlaku p pri stalni temperaturi.

Pri hitrih sprememba plin z okolico ne izmenja toplote. Sprememba je **adiabatna** in velja

$$p\,V^\kappa = p_o\,V_o^\kappa \qquad \text{pri} \quad Q = 0\,, \tag{13}$$

pri čemer je κ razmerje specifičnih toplot, $\kappa = c_p/c_V$, in je enako $5/3$ za enoatomne in $7/5$ za dvoatomne pline.

Koeficient κ izrazimo iz (13) tako, da enačbo logaritmiramo: $\ln p + \kappa \ln V = \ln(p_o\,V_o^\kappa) = konst$, oziroma:

$$\ln p = -\kappa \ln V + konst. \tag{14}$$

Če narišemo graf, pri katerem na absciso nanašamo $\ln V$, na ordinato pa $\ln p$, dobimo premico za naklonom $-\kappa$.

Opis postopka Eksperimentalna naprava je sestavljena iz valja, v katerem je zrak, in bata, povezanega s senzorjem, ki meri relativno prostornino plina. Relativna prostornina je razmerje med prostornino in največjo možno prostornino, ko je bat v zgornji legi. V valju je tudi senzor, ki meri tlak. Oba senzorja sta povezana z računalnikom, ki vrednosti obeh parametrov kaže na zaslonu.

Z ventilom uravnaj količino zraka v valju, tako da je pri zunanjem zračnem tlaku bat približno na sredi. Ventil zapri in bat dvigni v zgornji položaj, ko je tlak približno polovico zunanjega. Zabeleži vrednosti tlaka in relativne prostornine.

Pri **izotermni spremembi** začni bat počasi potiskati navzdol, tako da se v vsakem koraku relativna prostornina zmanjša za 0,05. Pri vsakem koraku počakaj, da tlak doseže konstantno vrednost, in zabeleži vrednosti tlaka in (relativne) prostornine. Postopek nadaljuj, dokler tlak ne doseže največje možne vrednosti, ki jo senzor še zmore izmeriti.

Določi stisljivost zraka χ pri različnih tlakih. Zvezo med tlakom in (relativno) prostornino prikaži grafično, tako da na ordinato nanašaš prostornino, na absciso pa *recipročni* tlak. Iz grafa določi razliko med dejansko in izmerjeno (relativno) prostornino (tj. odsek na ordinatni osi ΔV; če premica seka ordinato pri negativnih vrednostih, je $\Delta V < 0$). Tako določeni popravek upoštevaj pri analizi adiabatne spremembe.

Pri **adiabatni spremembi** bat zelo hitro potisni navzdol. Računalnik prikaže odvisnost tlaka od prostornine in podatke shrani v tekstovno datoteko. Izmerke relativne prostornine popravi s popravkom, določenim pri izotermni spremembi $V = V_{\text{izmerjen}} - \Delta V$. (Pazi na predznak ΔV.) Nariši graf $\ln p(\ln V)$ in iz naklona določi κ.

2.5 Toplotna prevodnost

Toplota prehaja med dvema telesoma, ki imata različni temperaturi, če se telesi dotikata. Toplotni stik lahko naredimo s tretjim telesom, ki toploto prevaja. Kako prevaja, pa je odvisno od vrste telesa.

Prehajanje toplote opredelimo s **toplotnim tokom**, ki pove, koliko toplote preide skozi prevodno telo v časovni enoti,

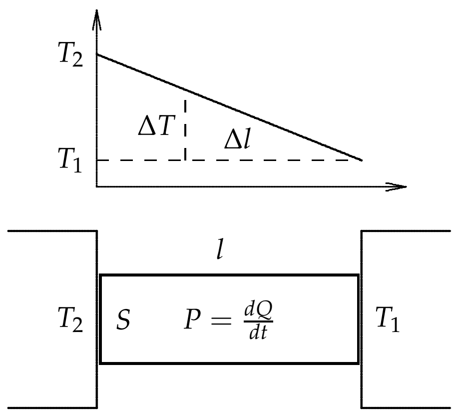
$$P = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}. \tag{15}$$

Če se toplota ne izgublja v okolico in če je vzpostavljeno stacionarno stanje, to je stanje, ko se razmere v prevodnem telesu s časom ne spreminjajo, je toplotni tok, ki vstopa v prevodno telo enak toplotnem toku, ki iz njega izstopa.

V stacionarnem stanju pričakujemo, da temperatura v prevodnem homogenem telesu paličaste oblike z dolžino l enakomerno narašča od mesta z nižjo temperaturo T_1 do mesta z višjo temperaturo T_2 (glej sliko 4). Tedaj določa **temperaturni gradient** $\mathrm{d}T/\mathrm{d}l$ kar $(T_2 - T_1)/l$.
V palici teče toplotni tok

$$P = \lambda \frac{S(T_2 - T_1)}{l} \tag{16}$$

Tu je S presek, l pa dolžina palice; sorazmernostni koeficient λ imenujemo **koeficient toplotne prevodnosti** (z enoto: $\mathrm{W/m^2K}$).



Slika 4: Prevajanje toplote v palici.

Poskus poteka tako, da eno krajišče kovinske palice vtaknemo v vrelo vodo s temperaturo T_2 = 100 °C, drugo krajišče pa v kalorimetrsko posodico, v kateri je na začetku taleči se led s temperaturo $T_1 = 0$ °C. Z digitalnim termometrom izmerimo temperature v luknjicah, ki so izvrtane v palici. Izmerimo tudi oddaljenosti luknjic (x) od gladine vrele vode in narišemo graf $T(x)$. Preverimo, če je temperaturni gradient konstanten, tj. če je odvisnost $T(x)$ res linearna.

Za določitev koeficienta λ moramo izmeriti še toplotni tok v palici. Počakamo, da se ves led v kalorimetrski posodici stali. Temperatura vode v posodici po tem narašča. Toplotni, ki prihaja v vodo po palici, izračunamo kot

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = mc_v \frac{\Delta T'}{\Delta t} \tag{17}$$

kjer je m masa vode, $\Delta T'$ temperaturna sprememba vode v času Δt in c_v specifična toplota vode. Tako dobimo koeficient toplotne prevodnosti v odvisnosti od časa:

$$\lambda = \frac{mc_v \Delta T' \, l}{St(T_2 - \bar{T}_1)} \,. \tag{18}$$

Čas naj bo nekaj minut, tako da je sprememba temperature $\Delta T' = T_k - T_z$, vsaj nekaj stopinj. Pri tem je T_z začetna temperatura in T_k končna temperatura vode v kalorimetrski posodici. Za izračun temperaturnega gradienta vzemi razliko temperatur vrele vode T_2 = 100°C in povprečne temperature hladne vode $\bar{T}_1 = (T_z + T_k)/2$.

2.6 Specifična toplota železa

Postopamo tako, da segreto železo (m_{Fe}, T_{Fe}) spustimo v mrzlo vodo (m_v, T_v) v kalorimetru. Temperaturi se kmalu izenačita na zmesno temperaturo T. Tedaj je železo oddala toploto $Q_{\rightarrow} = m_{\mathrm{Fe}}\bar{c}(T_{\mathrm{Fe}} - T)$, ki sta jo sprejela voda in kalorimeter: $Q_{\leftarrow} = (m_v c_v + C_k)(T - T_v)$. Ker je $Q_{\rightarrow}$ enaka $Q_{\leftarrow}$, velja

$$\bar{c} = \frac{(m_v c_v + C_k)(T - T_v)}{m_{\mathrm{Fe}}(T_{\mathrm{Fe}} - T)}. \tag{19}$$

Po tej metodi lahko merimo in računamo specifično toploto trdnin in kapljevin, ki z vodo ne reagirajo in ko ne pride do faznih sprememb.

Kalorimeter je posoda, kjer naj bi bil sistem izoliran od okolice. Pri tem poskušamo uresničiti zahtevo, da ni prehajanja toplote iz sistema v okolico ali obratno ali pa je takšno prehajanje neznatno. Kalorimeter je lahko izoliran z brezzračno plastjo (termovka) ali s plastjo iz dobrega toplotnega izolatorja (npr. s stiroporom). Laboratorijska izvedba kalorimetra pa ima tudi tekočinsko plast, katere temperaturo skrbno nadzorujemo.

Postopek V kalorimeter vlij npr. okrog 200 g vode (m_v) in ji izmeri temperaturo T_v. Z grelnikom segrevaj vodo skupaj z epruveto z železnimi opilki do vrelišča. Ko oceniš, da se je temperatura opilkov T_{Fe} ustalila blizu 100 °C, jo izmeri, opilke pa hitro in previdno stresi v kalorimeter. Določi zmesno temperaturo T_z. Izračunaj specifično toploto železa in upoštevaj toplotno kapaciteto kalorimetra po enačbi (19)

Toplotno kapaciteto kalorimetra določimo tako, da najprej v kalorimeter zlijemo toplo vodo in počakamo, da se temperatura vode v kalorimetru ustali. V drug kalorimeter zlijemo mrzlo vodo z maso m in počakamo, da se temperaturo ustali. Mrzlo vodo zlijemo v segreti kalorimeter in ponovno počakamo, da se temperatura ustali. Segreti kalorimeter preda toploto vodi: $C_k(T_k - T_z) = mc_v(T_z - T_v)$ in od tod dobimo

$$C_k = \frac{mc_v(T_z - T_v)}{T_k - T_z}, \tag{20}$$

pri čemer smo s T_k označili začetno temperaturo kalorimetra, s T_v začetno temperaturo mrzle vode in s T_z končno temperaturo.

2.7 Specifična talilna toplota ledu

Toplota, ki jo potrebuje kilogram ledu pri 0°, da se stali, se imenuje **specifična talilna toplota** (ledu). Postopamo takole: v kalorimeter z vročo vodo (m_v, T_v) spustimo kos ledu. Njegova temperatura T_l naj bo blizu 0°C. (Če je za kakšno stopinjo nižja, se pri eksperimentu ne bo bistveno poznalo.) Izmerimo zmesno temperaturo T in na koncu tudi skupno maso vode m. Razlika mas je masa ledu $m_l = m - m_v$. Toplota, ki sta jo oddala vroča voda in kalorimeter $Q_{\rightarrow} = (m_v c_v + C_k)(T_v - T)$, je enaka toploti, ki jo prejme led za taljenje in nastala voda, da se segreje do zmesne temperature: $Q_{\leftarrow} = m_l(q_t + c_v(T - T_o))$. Pri tem je T_o temperatura ledeno mrzle vode (0^o C). Tako je specifična talilna toplota

$$q_t = \frac{(m_v c_v + C_k)(T_v - T) - m_l c_v (T - T_o)}{m_l}. \qquad (21)$$

Tudi v tem primeru štejemo, da je toplotna kapaciteta kalorimetra znana količina.

Stehtaj približno 300 g vode in jo segrej do približno 50°C ter nalij v kalorimeter. Izmeri temperaturo vode. Iz posode z ledom odvzemi kose ledu, ki so se že začeli taliti. S pivnikom odstrani vodo z ledu. Kose ledu vrzi v vodo in zasleduj časovni potek temperature in določi zmesno temperaturo. Stehtaj skupno maso, da določiš maso ledu. Pri izračunu specifične talilne toplote ledu upoštevaj toplotno kapaciteto kalorimetra.

Toplotno kapaciteto kalorimetra določimo tako kot pri nalogi *Specifična toplota železa*.

2.8 Specifična izparilna toplota vode

Specifično izparilno toploto izmerimo tako, da merimo električno delo z joulemetrom in množino izparele na vrelišče segrete vode. Najbolje je, da uporabimo kar električno tehtnico, s katero odčitavamo primanjkljaj mase vode, ki izpari.

Izparilno toploto vode izmerimo tako, da vreli vodi (z maso okrog 250 g) dovajamo električno delo, ki ga izmerimo z joulemetrom (ali wattmetrom in štoparico). S tehtanjem izparele vode (razlike mas vode pred izparevanjem m_1 in na koncu poskusa m_2) lahko izračunamo specifično izparilno toploto vode: $q_i = A_e/(m_1 - m_2)$. Če je na voljo elektronska tehtnica, ta tekoče odmerja maso izparele vode. Izparevanje naj traja največ 10 minut.

2.9 Joulov poskus

Joulovo vreteno Joulov poskus nas prepriča, da lahko neposredno z mehaničnim delom spreminjamo notranjo energijo sistema. Potrebujemo Joulovo vreteno s termometrom. Z vrtenjem vretena lahko dosežemo, da na vrvi obešena utež z maso m_u lebdi na istem mestu.

Zasukajmo vreteno N-krat. Tedaj opravimo delo $A = M\,\varphi$, kjer je kot, za katerega se zasuče vreteno, enak $2\pi\,N$. Ročica sile r je radij vretena. Delo

$$A = m_u\,g\,r\,2\pi\,N \tag{22}$$

se porabi za spremembo notranje energije sistema (vretena z maso m, ki se greje), $\Delta W_n = mc\,\Delta T$, del pa pa gre v okolico v obliki toplote. Izračunajmo, kolikšen del dela se je pretvoril v notranjo energijo:

$$\eta = \frac{\Delta W_n}{A} = \frac{mc\Delta T}{2\pi\,N\,m_u\,g\,r}\,. \tag{23}$$

Postopek Vpni na mizo Joulovo vreteno, vanj vstavi termometer in na vrv pripni pet kilogramsko utež. Vreteno suči s primerno hitrostjo, da utež lebdi nad tlemi. Izmeri temperaturo vretena na začetku in po 100 vrtljajih, stehtaj vreteno, izmeri premer vretena, in izračunaj razmerje (23). Specifična toplota medenine je c = 377 J/kgK.

Šibre V valj vsuj znano maso $m = 0{,}40$ kg šiber, ki si jim izmeril začetno temperaturo. Izmeri dolžino papirnate cevi. Cev obrni, npr. 100 krat, stresi šibre v papirnati kozarček in ponovno izmeri temperaturo.

S prevračanjem šiber v papirnati cevi opravimo delo, ko dvignemo šibre za dolžino cevi h. Mehansko delo A_m lahko izrazimo s pridobljeno potencialno energijo šiber $\Delta W_p = m\ g\ \Delta h\ N$, če smo napravili N prekucev. Po N padcih na dno se to delo pretvori v notranjo energijo $\Delta W_n = mc\Delta T$. Vendar je pridelek notranje energije manjši kot je vložek mehanskega dela. Zato je tudi v tem primeru smiselno izračunati izkoristek našega početja $\eta = \Delta W_n / A_m = c\Delta T / g\Delta h N$. Specifična toplota svinca je c = 130 J/kgK.