Eksperimenti iz Fizike snovi

Bojan Golli, Gregor Bavdek, Jurij Bajc

Pedagoška fakulteta UL

Ljubljana 2018

Kazalo

1	Feromagnetizem: histerezna zanka	2
2	Boltzmannova konstanta	4
3	Superprevodnost	7
4	Piezoelektričnost	9
5	Dvolomnost – polimerna snov	13
6	Dvolomnost – tekoči kristal	16
7	Braggov uklon na modelu kristala – mikrovalovi	19

1 Feromagnetizem: histerezna zanka

Feromagnetne snovi se na zunanje magnetno polje odzovejo dovolj močno, da to opazimo tudi brez občutljivih merilnih naprav - npr. ko se magnet "prime" železne pločevine. Do tako močnega odziva pride zaradi mikroskopskih lastnosti feromagnetnih snovi. Najbolj znani feromagnetiki so kovine železo, kobalt in nikel, ki so sestavljene iz ogromnega števila majhnih zrn, v katerih so atomski magnetni momenti enako usmerjeni. Takšna zrna se obnašajo kot majhni magnetki. Pravimo jim magnetne domene in so tipično velike nekaj deset mikrometrov. Ker so smeri magnetnega polja magnetnih domen v splošnem naključne, te kovine same po sebi nimajo (makroskopskega) zunanjega magnetnega polja. Lahko pa postanejo magnetne, kadar z zunanjim magnetnim poljem poskrbimo, da se atomski magnetni momenti znotraj večine magnetnih domen obrnejo v isto smer – tedaj feromagnetna snov postane magnetna. Če namagneteno kovino stalimo, se omenjena ureditev izgubi in kovina postane paramagnetna. V praksi pride do razmagnetenja že pri precej nižji temperaturi: ko je termično nihanje atomov dovolj močno, se poruši enotna orientacija atomskih magnetnih momentov znotraj posamezne magnetne domene in snov prav tako postane paramagnetna. Temperatura, pri kateri pride do omenjenega faznega prehoda iz feromagnetnega v paramagnetno stanje, se imenuje Curiejeva temperatura.



Zanimivo je opazovati inducirano magnetno polje v feromagnetni snovi, ki jo postavimo v tuljavo, skozi katro lahko poljubno spreminjamo električni tok. V razmagneteni kovini je gostota magnetnega polja enaka nič (izhodišče grafa na sliki). Ko tok skozi tuljavo povečujemo, v njej nastaja vse močnejše magnetno polje, ki orientira magnetno polje vse več domen v isto smer, zato gostota magnetnega polja v feromagnetni snovi strmo narašča (črtkana krivulja, ki gre iz izhodišča). Gostota magnetnega polja narašča, vse dokler niso poravnane smeri magnetnega polja večine magnetnih domen – pravimo da je prišlo do nasičenja. Če tok na tuljavi še naprej povečujemo, se magnetno polje v snovi povečuje le še zaradi vse močnejše jakosti magnetnega polja, ki jo povzroča tuljava, ne pa več zaradi urejanja magnetnih domen. Ko pričnemo tok zmanjševati in ta pade na 0, se gostota magnetnega polja feromagnetne snovi ne vrne na 0, pač pa ta ostane namagnetena – v njej preostane *remanentno magnetno polje* z gostoto B_r (točka B_r na grafu). Jakost magnetnega polja pade na 0 šele pri obratno usmerjenem zunanjem magnetnem polju z jakostjo H_k (točka H_k na sliki) – temu pravimo koercitivno polje in je merilo za odpornost oz. trajnost nastalega remanentnega magnetizma. Če tok skozi tuljavo v obratni smeri še naprej povečujemo, dobimo simetrično krivuljo za negativne vrednosti B in H. Nastali sklenjeni krivulji rečemo histerezna zanka. Snovi, pri katerih je histerezna zanka široka, se razmagnetenju močneje upirajo in so zato primerne za trajne (*permanentne*) magnete. Snovi, pri katerih pa je histerezna

zanka ozka, se lažje magnetijo in razmagnetijo, zato so primerne za transformatorska jedra ali jedra elektromotorjev.

Histerezno zanko lahko na zaslonu osciloskopa dobimo tako, da primarno navitje transformatorja vežemo na vir izmenične napetosti (shema na sliki). Žarek na osciloskopu odklanjamo v smeri x kar z napetostjo na uporu, ki je zaporedno vezan s primarnim navitjem transformatorja. Če poleg napetosti na uporu poznamo še vrednost upora, lahko izračunamo tok, ki teče skozi primarno tuljavo, $I = U/R_1$.



Jakost magnetnega polja, ki ga inducira tuljava, podaja enačba

$$H=N_1\frac{I}{l},$$

kjer je N_1 število ovojev primarne tuljave in l srednji obseg jedra transformatorja. V sekundarni tuljavi se inducira napetost $U_i = -N_2 d\Phi/dt = -N_2 S_2 dB/dt$, kjer magnetni pretok Φ v jedru določa presek jedra S_2 , okrog katerega je navita sekundarna tuljava, število navojev sekundarne tuljave N_2 in gostota magnetnega polja v jedru. Indukcijski zakon lahko izrazimo tudi z napetostnim sunkom $\int U_i dt = R_2 e = N_2 S_2 B$. Na kondenzatorju se pojavi naboj in zato tudi napetost $U_c = e/C = N_2 S_2 B/R_2 C$. S to napetostjo odklanjamo žarek na osciloskopu v smeri y in iz nje določimo gostoto magnetnega polja z enačbo:

$$B = \frac{CR_2}{N_2S_2} U_c$$

Naloga

Posnemi histerezno zanko transformatorskega železa in določi gostoto remanentnega magnetnege polja B_r ter koercitivno magnetno polje H_k .

Navodilo

Primarno navitje transformatorja je preko upora priključeno na dva zaporedno vezana generatorja izmenične napetosti. Napetost na obeh generatorjih nastavite na največjo vrednost. Osciloskop postavite v način XY in primerno nastavite občutljivost v smeri *x* in *y*. S premikanjem I-kosa transformatorskega jedra lahko efektivno povečate ali zmanjšate presek jedra, s čimer lahko spreminjamo pogoj, kako hitro pride do magnetnega nasičenja jedra. I-kos jedra premaknite tako, da bo histerezna zanka čimbolj nazorna. Zanko prerišite ali jo fotografirajte. Z odčitavanjem značilnih točk zanke na osciloskopu določite gostoto remanentnega magnetnega polja in koercitivno jakost magnetnega polja.

Ne pozabite izmeriti efektivnega preseka in srednjega obsega jedra!

2 Boltzmannova konstanta

Pri vaji merimo Boltzmannovo konstanto *k*. Boltzmannova konstanta je povezana s kinetično energijo molekul ali atomov pri neki temperaturi *T*, saj po ekviparticijskem izreku vsaki prostostni stopnji gibanja (translacija v eni smeri, rotacija okoli neke osi, nek način nihanja molekule, ...) pri temperaturi *T* ustreza energija $\frac{1}{2}kT$.



Slika 1: Dogajanje v n-p-n tranzistorju med delovanjem. Iz kolektorja C teče električni tok v zaporni smeri preko vmesne p plasti na emitor E zaradi električnega toka iz baze B proti emitorju E.

Meritev Boltzmannove konstante *k* sloni na merjenju tokov skozi tranzistor BD139, ki sodi med tako imenovane n-p-n tranzistorje, ki so sestavljeni iz dveh plasti polprevodnikov tipa n in vmesne polprevodniške plasti tipa p (slika 1). Tranzistor deluje kot spoj dveh diod, vsaka sestavljena iz p-n stika. V diodi teče znaten tok, kadar je na polprevodnik tipa p priklopljena višja napetost kot na polprevodnik tipa n. Smeri p-n pravimo prevodna in smeri n-p zaporna smer. Na sliki 1 tok $I_{\rm C}$ od kolektorja proti bazi teče v zaporni smeri in tok $I_{\rm B}$ od baze proti emiterju v prevodni smeri. Tok $I_{\rm E}$ je vsota kolektorskega in baznega toka $I_{\rm E} = I_{\rm C} + I_{\rm B}$. Za delovanje tranzistorja je značilno, da majhen $I_{\rm B}$ povzroči dosti večji tok $I_{\rm C} \gg I_{\rm B}$. Pravimo, da bazni tok odpre tranzistor v smeri od kolektorja do emiterja oziroma da tranzistor ojačuje tok. Prevodnost tranzistorja je temperaturno odvisna in to lastnost uporabimo za merjenje Boltzmannove konstante *k*.



Slika 2: Shema vezja, ki ga uporabljamo pri vaji. Kolektor C in baza B sta kratko sklenjena, tok skozi p-n stik od baze B proti emiterju E v prevodni smeri poganja napetost U_{BE} . Ampermeter meri kolektroski tok I_C , voltmeter meri napetost med bazo in emiterjem U_{BE} .

V vaji kratko sklenemo kolektor in bazo kot kaže slika 2 in merimo odvisnost toka $I_{\rm C}$ skozi kolektor od napetosti med bazo in emiterjem $U_{\rm BE}$. Teoretične napovedi te odvisnosti ne bomo izpeljevali, ampak jo le zapišimo z Ebers-Mollovo enačbo

$$I_{\rm C} = I_{\rm S}(T) \left[e^{\frac{e_0 U_{\rm BE}}{kT}} - 1 \right] , \qquad (1)$$

kjer sta $e_0 = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ As osnovni naboj in *T* absolutna temperatura in je $I_S(T)$ velikost nasičenega toka v zaporni smeri. Ker je že za majhne pozitivne napetosti U_{BE} eksponentna funkcija v oklepaju veliko večja od ena, lahko enačbo (1) poenostavimo v

$$I_{\rm C} = I_{\rm S}(T) e^{\frac{e_0 U_{\rm BE}}{kT}} \,. \tag{2}$$

Iz enačbe (2) vidimo, da lahko z merjenjem toka $I_{\rm C}$ v odvisnosti od napetosti $U_{\rm BE}$ pri stalni temperaturi izmerimo vrednost koeficienta $\frac{e_0}{k}$. Grafično iskani koeficient najbolj elegantno določimo tako, da narišemo graf odvisnosti logaritma toka ln $I_{\rm C}$ od $U_{\rm BE}$, saj z logaritmiranjem enačbe (2) dobimo linearno relacijo

$$\ln I_{\rm C} = \ln I_{\rm S}(T) + \frac{e_0 U_{\rm BE}}{kT} = N + K U_{\rm BE} , \qquad (3)$$

kjer je naklon premice enak $K = e_0/kT$ in nas vrednost konstante $N = \ln I_S(T)$ niti ne zanima.

Kadar merimo tok $I_{\rm C}$ v odvisnosti od temperature T pri stalni napetosti $U_{\rm BE}$, tudi lahko določimo vrednost Boltzmannove konstantne k. Enačbo (3) preoblikujemo v

$$\ln I_{\rm C} = \ln I_{\rm S}(T) + \frac{e_0 U_{\rm BE}}{kT} = N + K' \frac{1}{T} , \qquad (4)$$

kjer je naklon premice enak $K' = e_0 U_{\text{BE}}/k$ in nas vrednost konstante $N = \ln I_{\text{S}}(T)$ ponovno ne zanima.

Naloga

- a) Določite vrednost Boltzmannove konstante k iz odvisnosti kolektorskega toka $I_{\rm C}$ od napetosti med bazo in emiterjem $U_{\rm BE}$ pri stalni temperaturi T.
- b) Določite vrednost Boltzmannove konstante k iz odvisnosti kolektorskega toka $I_{\rm C}$ od temperature T pri (čim bolj) stalni napetosti $U_{\rm BE}$ med bazo in emiterjem.

Navodilo

a) Preverite vezavo tranzistorja in ostalega električnega kroga, kot je prikazano na sliki 2. Napetost U_{BE} nastavljamo od približno 0,58 do 0,75 V. Največji tok naj ne preseže 150 mA. Za vajo je uporabljen n-p-n tranzistor BD139. Ta tranzistor je temperaturno bolj stabilen in dovoljuje nekoliko večje tokove ter s tem večjo generacijo toplote. Kolektorski tok merite z mikroampermetrom. Temperaturo odčitajte na priloženem termometru. Za izbrano temperaturo narišite graf $ln(I_C/I_1)$ v odvisnosti od U_{BE} , kjer si tok I_1 izberite poljubno. Odvisnost bi teoretično morala biti linearna, graf pa premica

$$\ln\left(\frac{I_{\rm C}}{I_1}\right) = \ln\left(\frac{I_{\rm S}(T)}{I_1}\right) + \frac{e_0}{kT}U_{\rm BE} = N + K'U_{\rm BE}$$
(5)

z naklonom e_0/kT . Iz grafa določite naklon premice, iz naklona izračunajte vrednost Boltzmannove konstante *k* in ocenite tudi napako rezultata. Da boste lahko lepo potegnili premico, naredite dovolj meritev pri različnih napetostih U_{BE} , recimo, vsaj 8 do 10 meritev. b) V drugem primeru ponovite meritve, a spreminjajte temperaturo. Ker se v tem primeru napetost U_{BE} težko ohranja pri konstantni vrednosti, ne bomo risali odvisnosti $\ln(I_C/I_1)$ od 1/T, ampak odvisnost $\ln(I_C/I_1)$ od kvocienta U_{BE}/T . Zveza med odvisno in neodvisno spremenljivko je ponovno linearna

$$\ln\left(\frac{I_{\rm C}}{I_1}\right) = \ln\left(\frac{I_{\rm S}(T)}{I_1}\right) + \frac{e_0}{k}\frac{U_{\rm BE}}{T} = N + K''x, \qquad (6)$$

le da je naklon $K'' = e_0/k$ in je neodvisna spremenljivka $x = U_{\rm BE}/T$. Temperaturo v tem primeru spreminjamo tako, da v posodico s hladilnikom tranzistorja nalijemo vročo vodo, ki se nato ohlaja. Meritev temperature *T*, napetosti $U_{\rm BE}$ in toka $I_{\rm C}$ naredite vsakič, ko se temperatura spremeni za 5 K. Nato narišite graf $\ln(I_{\rm C}/I_1)$ od $U_{\rm BE}/T$, iz grafa določite naklon premice *K*^{''} in iz naklona izračunajte vrednost Boltzmannove konstante *k* ter ocenite napako rezultata.

3 Superprevodnost

Pri vaji opazujemo fazni prehod keramike YBa₂Cu₃O_{7-x} iz superprevodnega stanja v stanje običajne (Ohmske) prevodnosti. Opisani fazni prehod se dogaja pri temperaturi okoli -180 °C, tako da je izziv vaje ohlajanje do tako nizkih temperatur in merjenje temperature ter upora pri zelo nizkih temperaturah.



Slika 3: Shema vezave ploščice iz keramike YBa₂Cu₃O_{7-x} (temno siva) v vezju za sočasno merjenje električnega upora in temperature keramične ploščice. S svetlo sivo barvo je označen senzor merilnika temperature, U_R je napetost na keramični ploščici in U_{Temp} je napetost na senzorju temperature. Tokovni vir skozi keramično ploščico poganja konstanten tok 140 mA.

V superprevodnem stanju je upor vzorca enak nič, medtem ko ima upor od nič različno vrednost pri temperaturah nad temperaturo prehoda v superprevodno stanje. Da bi opazili omenjeni prehod iz ali v superprevodno stanje, moramo meriti upor izbranega vzorca v odvisnosti od temperature. Na sliki 3 je narisana shema električnega vezja za merjenje odvisnosti električnega upora keramične ploščice iz YBa₂Cu₃O_{7-x} od temperature.



Slika 4: Kontrolni del merilne naprave. Pri vaji uporabljamo le priključke 10 (napajanje), 4 (izhodna napetost senzorja merilnika temperature U_{Temp}), 5 (napetost na keramični ploščici U_R) in 8 (vhod, kamor so priklopljeni vsi vhodni in izhodni priključki na shemi na sliki 3, ki so sicer očem skriti v aluminijastem ohišju skupaj z merjencem).

Temperaturo merimo z upornikom iz platine in iridija (svetlo siva ploščica na sliki 3), ki je pritrjen neposredno na keramično ploščico, da kar najbolj natančno meri njeno temperaturo. V vezje je termoupornik vezan tako, da izhodna napetost U_{Temp} (izhod 4 na sliki 4) v intervalu od 0 do 200 mV ustreza temperaturi od 0 °C do -200 °C. Upora

keramične ploščice ne merimo direktno, ampak s tokovnim virom poskrbimo, da skozi ploščico ves čas teče konstanten tok $I_0 = 140$ mA. Napetost U_R (izhod 5 na sliki 4) je po Ohmovem zakonu $U = I_0 R$ sorazmerna uporu keramične ploščice, ki ga želimo meriti. Ker nas zanima sprememba upora in ne absolutna vrednost upora, je natančna vrednost toka $I_0 = 140$ mA nepomembna, pomembno je le, da je tok konstanten med celotno meritvijo. Prehod v superprevodno stanje zaznamo kot padec napetosti U_R na nič.

Meritev je olajšana tako, da obe napetosti merimo z računalnikom, ki na zaslon izrisuje obe vrednosti napetosti v odvisnosti od časa in hkrati generira tabelo vrednosti (t, U_{Temp} , U_R), da lahko po meritvi podatke obdelamo z, recimo, orodjem Excel.

Naloga

Izmerite spreminjanje napetosti U_R na keramični ploščici, skozi katero teče stalni tok $I_0 = 140$ mA, v odvisnosti od temperature T in iz grafa $U_R(T)$ odčitajte temperaturo prehoda v superprevodno stanje.

Navodilo

Aluminijasto sondo v celoti potopite v tekoči dušik v Dewarjevo posodo in jo v njej pustite tako dolgo, da bo temperatura padala na manj kot $-190 \,^{\circ}C \, (U_{\text{Temp}} > 190 \,\text{mV})$. Na računalniku nato zbrišete sliko, če je kakšna na zaslonu, in poženete meritev s pritiskom na zeleno puščico nad napisom "Simboli" v orodni vrstici. Nato vzamete aluminijasto sondo (držite jo nežno za sivo električno žico) iz tekočega dušika in jo postavite na mizo, da se začne segrevati. Na zaslonu spremljate spreminjanje obeh napetosti in počakajte, da se sonda ogreje na dovolj visoko temperaturo, blizu sobne temperature. Po opravljeni meritvi prenesete tabelo izmerjenih vrednosti (t, U_{Temp} , U_R) iz računalnika. Narišete graf $U_R(T)$, pri čemer temperaturo T preberete iz napetosti U_{Temp} v tabeli.

Iz grafa odčitajte temperaturo prehoda keramike iz superprevodnega stanja v stanje običajne prevodnosti. Prehod prepoznate po hitri spremembi napetosti U_R iz končne vrednosti na nič oziroma iz nič na končno vrednost.

4 Piezoelektričnost

Pri nekaterih snoveh pride ob njihovi deformaciji zaradi stiska ali natega do kopičenja naboja nasprotnih predznakov na nasproti ležečih stranicah. Ta pojav, pri katerem se spremeni električna polarizacija snovi in se pojavi električno polje znotraj nje, se imenuje piezoelektričnost. Opazimo jo lahko v naravnih in sintetičnih kristalih brez centra simetrije (kremen, topaz, Rochellska sol, namizni sladkor), v različnih vrstah keramike (barijev titanat, svinčev cirkonijev titanaat), polimerih in celo bioloških materialih (les, dentin, svila, kost). Učinek lahko tudi obrnemo: če postavimo piezoelektrično snov v električno polje, se v njej pojavi mehanska napetost, ki privede do deformacije snovi. V obeh primerih gre za linearno medsebojno povezavo med mehanskim in električnim stanjem snovi.

Pojav je praktično uporaben v obe smeri: nastali električni naboj ob deformaciji piezosnovi je lahko uporaben pri izdelavi mikrofonih, merilnikov velikih tlakov ali kot generator visoke napetosti (iskre) v vžigalnikih za plin. V obratni smeri pa je pojav uporaben za majhne zvočnike, generatorje ultrazvoka ter aktuatorjih za majhne in hitre premike, kakršni se uporabljajo npr. v vrstičnih tunelskih mikroskopih (angl. scanning tunneling microscope, STM).



Slika 5: Piezoelektrični vžigalnik za plin in visokonapetostni piezoelement (levo); piezozvočnik/piezomikrofon (sredina); princip delovanja STM (desno).

Piezoelektrična keramika (PEK) ima zaradi svoje kristalne strukture pogosto zelo veliko dielektričnost – tipično nekaj 100 do nekaj 1000. Kapaciteta PEK elementov, ki se dejansko obnašajo kot kondenzatorji, je zato glede na njihovo velikost sorazmerno velika. Na enostaven način jo lahko pomerimo tako, da PEK element priključimo na izmenično napetost in merimo tok, ki teče skozenj (slika 6). Iz elektronike vemo, da je im-



Slika 6: Vezava PEK elementa za merjenje njegove impedance in kapacitivnosti. pedanca kondenzatorja $Z = (\omega C)^{-1}$. če upoštevamo še, da je U = RI oz. $\langle U \rangle = Z \langle I \rangle$,

lahko kapaciteto PEK elementa direktno izračunamo. Dielektričnost potem dobimo iz enačbe za kapaciteto ploščatega kondenzatorja, $C = \epsilon \epsilon_0 S/l$.

Nekoliko več dela je z merjenjem piezoelektričnega koeficienta PEK. Zvezo med polarizacijo kristala in mehansko napetostjo podaja enačba

$$P_i = d_{ijk} T_{ij},\tag{7}$$

kjer je *P* polarizacija, *T* napetostni tenzor, *d* pa je piezoelektrični modul, ki je v splošnem tenzor. V našem primeru, ko uporabimo PEK, na katero delujemo s silo v eni sami smeri, ki je pravokotna na ploskev, se enačba (7) poenostavi v:

$$P = dT, (8)$$

kjer je *T* kar tlačna napetost, T = F/S. Zvezo med gostoto in jakostjo električnega polja ter polarizacijo podaja enačba

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Naboj na eni plošči ploščatega kondenzatorja je e = DS, električno polje v njem pa E = U/l. Upoštevamo še enačbo (8) in dobimo

$$e/S = \frac{\epsilon \epsilon_0 U}{l} + dF/S$$

$$e = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{l} U + dF$$

$$e = CU + dF.$$
(9)

Vhodna impedanca osciloskopa je 1 M Ω . Ker je kapaciteta PEK elementa sorazmerno majhna (v območju nekaj deset pikofaradov), bi bil karakteristični čas odtekanja naboja (t.j. praznjenja PEK kondenzatorja) zelo majhen, v območju nekaj deset mikrosekund. Pri meritvi pa ne želimo slediti časovnemu poteku razbremenitve, pač pa z osciloskopom izmeriti sunek napetosti, ki se na kondenzatorju pojavi hipoma zaradi nakopičenega naboja. Ker tako hitro razbremenitev v makroskopskem svetu težko dosežemo, vežemo vzporedno k PEK elementu še en kondenzator s precej večjo kapaciteto (glej sliko 7). Naboj, ki se sprosti pri hipni obremenitvi ali razbremenitvi PEK, opazimo na osciloskopu kot napetostni sunek. Kapaciteta PEK elementa postane te-



Slika 7: Vezava piezoelektričnega kristala.

daj zanemarljiva, karakteristični čas praznjenja pa lahko z ustreznim kondenzatorjem prilogodimo hitrosti razbremenitve. če želimo torej, da je padec napetosti na kondenzatorju v času razbremenitve PEK elementa zanemarljiv, mora biti karakteristični čas odtekanja naboja precej daljši od trajanja razbremenitve. Ker je slednja v območju nekaj deset milisekund, dosežemo ob omenjeni impedanci osciloskopa zadosti velik karakteristični čas praznjenja s kondenzatorjem v območju nekaj deset nanofaradov ali več. Napetost na kondenzatorju povzroči tok skozi osciloskop:

$$U = RI = -R\dot{e}.$$
 (10)

če enačbo (9) odvajamo po času in upoštevamo (10), dobimo diferencialno enačbo za napetost na kondenzatorju kot funkcijo časovnega poteka motnje:

$$\dot{U} = -\frac{1}{\tau}U - \frac{d}{C}\dot{F},\tag{11}$$

kjer je $\tau = RC$ karakteristični čas. V našem primeru, ko PEK element v hipu obremenimo ali razbremenimo, je časovni potek sile enak

$$F(t) = F_0 \vartheta(t), \tag{12}$$

kjer je $\vartheta(t)$ Heavisidova stopničasta funkcija, ki je enaka $\vartheta(t) = 0$ za t < 0 in $\vartheta(t) = 1$ za $t \ge 0$. (Z aproksimacijo, da je obremenitev enaka stopničasti funkciji, smo predpostavili, da je hitrost obremenitve hipna v primerjavi s karakterističnim časom τ .) Rešitev diferencialne enačbe (11) ta $t \ge 0$ je ob začetnem pogoju U = 0 za t < 0 enaka

$$U(t) = -\frac{dF_0}{C} e^{-t/\tau}$$
(13)

in opisuje tipično eksponentno padanje napetosti ob praznjenju kondenzatorja. Piezoelektrični koeficient *d* lahko torej izračunamo kar iz velikosti napetostnega sunka ob času $t \ge 0$.

Merjenje piezoelektričnega koeficienta se poenostavi, če za merjenje naboja uporabimo namenski instrument *coulombmeter*. V tem primeru ves nakopičeni naboj, ki se na PEK elementu nabere med obremenitvijo, sproti odteče skozi coulombmeter. Napetost na PEK elementu je tedaj ves čas enaka skoraj 0, zato se enačba (9) poenostavi v

$$e = dF. \tag{14}$$

Naloga

- a) Izmeri dielektrično konstanto PEK.
- b) Izmeri piezoelektrični koeficient PEK.

Navodilo

Za merjenje kapacitete PEK elementa najprej odstrani kondenzator, ki je vzporedno vezan k PEK elementu. Zveži ampermeter in funkcijski generator, kot kaže slika 6. Obliko signala na funkcijskem generatorju nastavi na sinusno, frekvenco pa npr. na 1 kHz (ali 10 kHz). Amplituda naj bo maksimalna ($U_0 = 10$ V). PEK element se dejansko obnaša (tudi) kot zvočnik, zato lahko slišite piskanje, ko je element priključen na funkcijski generator. V mikroamperskem območju izmeri (efektivni) tok, ki teče skozi PEK element. Pri računanju impedance ne pozabi upoštevati, da je $\langle U \rangle = U_0/\sqrt{2}$.

Za določitev piezoelektričnega koeficienta moramo izmeriti naboj, ki se ob znani obremenitvi (ali razbremenitvi) PEK elementa pojavi na njegovih krajiščih. To naredimo na dva načina: z opazovanjem časovnega poteka napetosti na osciloskopu in z direktnim merjenjem naboja s coulombmetrom. V prvem primeru vzporedno k PEK elementu vežemo dovolj velik kondenzator (npr. 47 nF) in na osciloskopu opazujemo časovni potek napetosti. Piezokristal obremenjujemo z vzvodom, na katerega obesimo kilogramsko utež. Sunek napetosti na osciloskopu je bolje opazovati ob razbremenjevanju, saj pri hitrem spuščanju uteži ne moremo zagotoviti, da ta ne bi dobila tudi določene hitrosti zaradi težnega pospeška. PEK element razbremenimo tako, da obešeno utež sunemo navzgor z roko. Pri tem moramo upoštevati, da je zaradi vzvoda PEK element obremenjen z večjo silo, kot je sila teže uteži. Osciloskop naj ima pri tem proženje (angl. *trigger*) nastavljeno na dovolj visoko vrednost in ustrezno smer naklona (padajoč/rastoč).

V drugem primeru merimo naboj s coulombmetrom. Za večjo natančnost pomerimo odvisnost izločenega naboja pri več različnih silah, s katerimi obremenjujemo PEK element. Naklon premice v grafu e(F) je kar enak piezoelektričnemu koeficientu d.

Ne pozabite izmerite ročice, na kateri prijemlje sila, in ročice, kjer prečka pritiska na PEK!

5 Dvolomnost – polimerna snov

Pri vaji opazujemo prehod svetlobe skozi običajni lepilni trak, ki je zaradi anizotropnih lastnosti polimerov dvolomen (je enoosna anizotropna snov). To pomeni, da je hitrost svetlobe v snovi različna za različne smeri polarizacije svetlobe, ki se širi skozi snov. Snov ima različne lomne količnike za različne smeri polarizacije svetlobe. Razlika med obema hitrostma je odvisna tudi od smeri razširjanja. Enoosni materiali imajo zaradi rotacijske simetrijske osi le dve različni značilni (lastni) vrednosti lomnega količnika. Največjo razliko med hitrostma opazimo, kadar sta polarizaciji orientirani vzdolž dveh lastnih smeri z različnima vrednostima lomnih količnikov. Za ta primer definiramo razliko obeh lomnih količnikov kot dvolomnost $\Delta n = n_{max} - n_{min}$. V nalogi obravnavamo en značilen primer.

Opazujemo spekter prepuščene svetlobe po prehodu polarizirane svetlobe, ki vpada pravokotno na več plasti lepilnega traku. Med lepilni trak in spektrometer postavimo še en polarizator, da izmerimo le spekter svetlobe z izbrano polarizacijo. Na ta način lahko podrobno preučimo, kaj se je s polarizirano svetlobo zgodilo med prehodom skozi plasti lepilnega traku.



Slika 8: Prehod linearno polarizirane svetlobe, ki ima polarizacijo (smer električnega polja) pod kotom 45° glede na obe lastni smeri, skozi anizotropni material. Zaradi fazne razlike med valovanjema z različnima polarizacijama je po prehodu valovanje eliptično polarizirano.

Lepilni trak ima zaradi postopka izdelave polimerna vlakna v traku orientirana pretežno vzdolž traku. Zato ima za polarizacijo vzdolž traku in pravokotno na trak različno vrednost lomnega količnika. S polarizatorjem pred trakom poskrbimo, da je orientacija polarizacije vpadle bele svetlobe iz projektorja čim bolj pod kotom 45° glede na rob traku. V tem primeru ima vpadlo valovanje enako veliki komponenti električnega polja vzporedno in pravokotna na polimerna vlakna v traku. Tisti del valovanja, ki ima polarizacijo vzdolž polmernih molekul, ima hitrost valovanja $c_1 = c_0/n_1$, tisti del, ki ima polarizacijo pravokotno na polimerne molekule, ima drugo hitrost valovanja $c_2 = c_0/n_2$. Frekvenca obeh je enaka, zato imata valovanji z različnima polarizacijama različno valovno dolžino (slika 8). Po prehodu skozi lepini trak se obe polarizaciji sestavita v tako imenovano eliptično polarizacije. Vrh vektorja električnega polja opisuje elipso. S polarizatorjem, ki je postavljen med lepilni trak in spektrometer, opazujemo povprečno vrednost električnega polja polarizacije v izbrani smeri.

Fazna razlika δ med valovanji z obema polarizacijama po prehodu skozi lepilni trak je odvisna od valovne dolžine svetlobe λ , debeline traku d in dvolomnosti Δn in jo izračunamo po enačbi

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \Delta n \,. \tag{15}$$

Ustrezna kombinacija vseh treh parametrov (λ , d in Δn) lahko da izhodno valovanje, ki je linearno polarizirano bodisi enako kot vpadlo valovanje ($\delta = 0$) ali pravokono glede na vpadlo valovanje ($\delta = 180^{\circ}(=\pi)$) V tem primeru bomo, kadar imamo prekrižana (pod kotom 90°) ali vzporedna polarizatorja pred in za lepilnim trakom dobili zelo veliko (maksimum) ali skoraj nič (minimum) prepuščenega valovanja določene valovne dolžine (slika 9).





Ker svetimo s projektorjem, ki oddaja belo svetlobo, so v vpadli svetlobi zastopane vse valovne dolžine. Izhodno svetlobo opazujemo s spektrometrom, ki pokaže, koliko svetlobe katere valovne dolžine je v svetlobi po prehodu skozi sistem polarizator, lepilni trak, polarizator. Prvi in drugi polarizator postavimo bodisi vzporedno bodisi pravokotno (slika 9) enega glede na drugega. Tedaj vemo, da je fazna razlika med dvema zaporednima minimumoma v spektru natančno 2π . En minimum naj bo pri valovni dolžini λ_1 , drugi pri valovni dolžini λ_2 , pri čemer se *d* in Δn ne spreminita. Opisano zapišemo z enačbo

$$\frac{2\pi}{\lambda_1} d\Delta n - \frac{2\pi}{\lambda_2} d\Delta n = 2\pi , \qquad (16)$$

iz katere lahko izračunamo dvolomnost

$$\Delta n = \frac{1}{d} \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \,. \tag{17}$$

Naloga

Izmerite dvolomnost lepilnega traku.

Navodilo

Na objektnem steklu je nanešenih več slojev lepilnega traku. Skupno debelino d vseh slojev lepilnega traku izmerite z mikrometrom, tako da izmerite skupno debelino vseh slojev skupaj z objektnim steklom in od te debeline odštejete debelino objektnega stekla, ki ga ravno tako izmerite z mikrometerskim vijakom na mestu, kjer ni lepilnega traku. Meritve ponovite večkrat in ocenite napako meritve. Polarizatorja postavite tako, da brez vmesnega lepilnega traku spektrometer ne zazana nič prepuščene svetlobe. V tem položaju sta polarizatorja prekrižana. Za meritve z vzporedno orientacijo polarizatorjev, zasukajte prvi polarizator, ki ima vgrajen kotomer, za 90°. Med prekrižana polarizatorja vstavite lepilni trak na steklu tako, da bo rob traku približno pod kotom 45° glede na prepustno smer prvega polarizatorja. Na grafu spektrometra bi morali videti minimume in maksimume. Fino nastavitev orientacije lepilnega traku naredite tako, da bodo minimumi čim bližje vrednosti nič. Zdaj na spektrometru ustavite merjenje (gumb stop) in z miško odčitajte valovno dolžino dveh zaporednih minimumov. Če vidite na zaslonu tri minimume, odčitajte vse tri valovne dolžine. Nato ponovno poženite merjenje in zasukajajte drugi polarizator za 90°. Ponovno ustavite meritev in odčitajte valovni dolžini dveh (ali valovne dolžine treh) zaporednih minimumov. Iz vseh parov izmerjenih valovnih dolžin zaporednih minimumov izračunajte dvolomnost lepilnega traku z enačbo (17). Rezultati naj vsebujejo tudi oceno napake zaradi merskih napak pri odčitavanju valovnih dolžin in debeline sloja lepilnega traku.

Vse meritve ponovite tudi za drugi sloj lepilnega traku (na drugem objektnem stekelcu).

6 Dvolomnost – tekoči kristal

Pri vaji opazujemo prehod svetlobe skozi klinasto celico, v kateri je nematični tekoči kristal, ki je zaradi anizotropnih lastnosti dvolomen. To pomeni, da je hitrost svetlobe v snovi različna za različne smeri polarizacije svetlobe, ki se širi skozi snov. Snov ima različne lomne količnike za različne smeri polarizacije svetlobe. Razlika med obema hitrostma je odvisna tudi od smeri razširjanja. Enoosni materiali imajo zaradi rotacijske simetrijske osi le dve različni značili (lastni) vrednosti lomnega količnika. Največjo razliko med hitrostma opazimo, kadar sta polarizaciji orientirani vzdolž dveh lastnih smeri z različnima vrednostima lomnih količnikov. Za ta primer definiramo razliko obeh lomnih količnikov kot dvolomnost $\Delta n = n_{max} - n_{min}$. V nalogi obravnavamo en značilen primer.

Na klinasto celico, v kateri je nematični tekoči kristal, po kotom α vpada nepolarizirana laserska svetloba (slika 10). Tekoči kristali so anizotropni, ker se v tekočekristalni fazi uredijo dolge osi podolgovatih molekul v povprečju vse v isto smer. Dielektrična konstanta za električno polje vzdolž podolgovatih molekul je drugačna, kakor dielektrična konstanta za električno polje pravokotno na smer podolgovatih molekul. Ker ima vsaka od lastnih vrednosti polarizacije v tekočem kristalu drugačen lomni količnik, se vsaka polarizacija lomi pod drugim kotom. Curka svetlobe z različnima polarizacijama se prostorsko ločita in na oddaljenem zaslonu opazimo namesto ene pike dve piki (slika 10).



Slika 10: Shema eksperimenta. Z l je označena razdalja med celico in zaslonom, x_r in x_i označujeta razdaljo, za katero se odkolnita redni in izredni curek na zaslonu.

Vsakega od žarkov z eno od lastnih polarizacij smemo obravnavati podobno kot v običajni geometrijski optiki, ko obravnavamo lom svetlobe na prizmi s kotom δ ob vrhu prizme. Prizmo v nalogi predstavlja klinasta celica, ki je sestavljena iz dveh enakih tenkih stekelc pravokotne oblike, ki se vzdolž enega roba stikata, ob nasprotnem robu pa je med njima distančnik z debelino $d = 550 \ \mu$ m. Stekelci klinaste celice zaradi distančnika tvorita klin z ostrim kotom δ ob robu nasproti distančnika. Ker je distančnik mnogo tanjši od dolžine stekelca h, sta stekelci skoraj vzporedni in lahko kot δ v klinu poenostavimo v $\delta = d/h$. Glede na sidranje molekul tekočega kristala lahko naredimo dve tipični klinasti celici. V eni so podolgovate osi molekul pravokotne na steni celice, v drugi so molekule orientirane z dolgimi osmi pretežno vzporedno s stenama celice. Prvi celici pravimo homeotropna, drugi pravimo planarna (slika 11).

V nalogi obravnavamo najpreprostejšo postavitev poskusa s klinasto celico, ko vpada svetloba na prvo steno celice pravokotno (slika 12) in je vpadni kot α na sliki 10 enak nič. V tem primeru pri homeotropni celici ne pričakujemo pojava dvolomnosti, saj se svetloba po celici širi vzdolž molekul in je električno polje za vse polarizacije



Slika 11: Skica klinaste celice in orientacije podolgovatih molekul v homeotropni (levo) in planarni (desno) klinasti celici. Označene so tudi značilne dimenzije klinaste celice δ , h in d.

pravokotno na dolge osi molekul. V primeru planarne celice pričakujemo pojav dveh svetlobnih curkov po prehodu skozi celico, saj je za eno polarizacijo električno polje vzporedno z dolgimi osmi molekul, za polarizacijo pravokotno na prvo polarizacijo pa je električno polje pravokotno na dolge osi molekul. Za pravokotni vpad je zveza med odklonom curka svetlobe γ , lomnim količnikom snovi *n* in kotom δ v klinasti celici preprosta. Lomni zakon $n \sin \beta = \sin \alpha$ zaradi majhnih kotov poenostavimo v $n\beta = \alpha$ in (slika 12) dobimo

$$\gamma = (n-1)\delta , \qquad (18)$$

saj je vpadni kot β na drugo stekelce klinaste celice zaradi pravokotnega vpada na prvo stekelce celice enak kotu δ ob vrhu klinaste celice, $\beta = \delta$.



Slika 12: Shema prehoda svetlobe skoti klinasto celico pri pravokotnem vpadu svetlobe na prvo ploskev celice. S *h* je označena širina klinaste celice, z *d* velikost distančnika v klinasti celici. Z δ je označen kot v klinasti celici, z γ kot odklona laserskega curka izbrane polarizacije, z α lomni kot v zraku in z β vpadni kot na mejo tekoči kristal-zrak.

Ker je vpadla svetloba nepolarizirana, se polarizacija s časom spreminja in v povprečju zavzame vse možne vrednosti, tako da svetloba v celici "čuti" oba lomna količnika. V homeotropni celici sta lomna količnika za obe polarizaciji enaka in dobimo na zaslonu le eno piko, ki ustreza tako imenovanemu rednemu lomnemu količniku n_r . V planarni celici imamo za vsako polarizacijo drug lomni količnik in na zaslonu dobimo dve piki, ena ustreza rednemu lomnemu količniku n_r , druga ustreza izrednemu lomnemu količniku n_i . Obe vrednosti izračunamo iz enačbe (18) iz obeh kotov γ , ki ju izračunamo iz izmerjenih razdalj x_r , x_i in l (slika 10).

Naloga

- a) Posvetite na klinasto celico in ugotovite, katera celica ima planarno in katera homeotropno ureditev molekul.
- b) Izmerite kot δ v klinu planarne celice, če veste, da je debelina distančnika 550 μ m.
- c) Izmerite lomna količnika za redni in izredni curek laserske svetlobe.
- č) Povečujte vpadni kot laserskega curka pri homeotropni celici. Ko se curka krajevno ločita, preverite ali sta njuni polarizaciji pravokotni.

Navodilo

Kot δ v klinasti celici določimo tako, da izmerimo širino klinaste celice h in iz znane debeline distančnika $d = 550 \ \mu m$ izračunamo $\delta = d/h$. Zdaj posvetimo pravokotno na eno in drugo od obeh pripravljenih klinastih celic. Pravokotnost vpada preverimo tako, da vrtimo in nagibamo klinasto celico, dokler je ne orientiramo tako, da se od prve stene odbita svetloba ne odbije natanko nazaj v laser, s katerim svetimo na celico. Med poskusom smo pozorni, da res svetimo na del klinaste celice, ki vsebuje tekoči kristal. Planarno in komeotropno celico ločimo po tem, da se pri planarni celici curek po prehodu razdeli v dva delna curka, medtem ko se pri homeotropni celici to ne zgodi. Ko po prehodu preko planarne celice na oddaljeni steni (zaslonu) opazimo dve svetli piki, s polarizatorjem preverimo, da sta polarizaciji svetlobe v obeh curkih med seboj pravokotni. Na zaslonu označite mesto obeh svetlih pika, nato pa vzorec vzemite iz vpadlega laserskega curka in na zaslonu označite še lego nemotenga curka svetlobe. Kot γ za redni in izredni žarek je enak kvocientu x_r/l oziroma x_i/l , ki ju lahko določimo, ko izmerimo tudi razdaljo *l* med klinasto celico in zaslonom. Za zadnjo meritev uporabimo laserski merilnik razdalj, ki pokaže razdaljo od zadnjega dela ohišja do ovire pred laserjem, v katero svetimo.

Po končani meritvi s planarno celico mizico z obema klinastima celicama premaknemo, da gre laserski curek skozi homeotropno celico. Pri pravokotnem vpadu vidimo na zaslonu le eno piko. Da opazimo anizotropnost tekočega kristala, se mora svetloba skozi tekoči kristal širiti pod nekim od nič različnim kotom glede na dolge osi molekul. Zato sukajte homeotropno celico okoli navpične osi, dokler na zaslonu ne opazite dveh svetlih pik. Čeprav za ta primer ne bomo računali lomnega količnika, izmerite razdaljo med obema pikama in s polarizatorjem preverite, da sta polarizaciji svetlobnih curkov, ki dasta obe piki, med seboj pravokotni. V poskusu s homeotropno celico je razlika v svetlosti obeh pik na zaslonu velika, ker je v izrednem curku gostota svetlobnega toka majhna. Zato morate piki opazovati na zaslono od blizu, da piko izredenega curka sploh opazite.

7 Braggov uklon na modelu kristala – mikrovalovi

Opazujemo interferenco valovanja, ki se odbija od vzporednih kristalnih ravnin. Če označimo vpadni kot proti vodoravnici s θ , se odbito valovanje odkloni za kot 2θ glede na prvotno smer (glej sliko). Do ojačanja pride v smereh, za katere je izpolnjen pogoj:

$$2a\sin\theta = N\lambda\,,\tag{19}$$

pri čemer je a razdalja med sosednjimi ravninami, λ valovna dolžina (v našem primeru mikrovalov) in N uklonski red.



Naloga

Z merjenjem odklonskega kota, pri katerem nastopi ojačenje, določi razdalje za nekaj značilnih kristalnih ravnin. Rezultat preveri z direktnim merjenjem razdalje.

Navodilo

Pred oddajnik in sprejemnik postavi leči in ju namesti tako, kot kaže slika. Valovno dolžino mikrovalov si izmeril pri eni izmed prejšnjih nalog z mikrovalovi. Suči kristal in hkrati sprejemnik, tako da je sprejemnik zasukan za dva krat večji kot kot kristal. Izmeri kot, pri katerem nastopi ojačenje na ravnini z oznako (1,0,0) in iz zgornje enačbe izračunaj razdaljo med ravninami. Poskusi najti še naslednji red ojačitve (N = 2). (Kota za 1. in 2. uklonski maksimum sta $\sim 20^{\circ}$ in $\sim 40^{\circ}$.)

Kristal nato zasukaj, tako da meriš uklon na ravnini (1,1,0), ki tvori kot 45° glede na prejšnjo. Razdalja med ravninami je sedaj za faktor $\sqrt{2}$ manjša. (Kota za 1. in 2. uklonski maksimum sta ~ 30° in ~ 60°.)

Poskusi poiskati interferenco še na kateri od ravnin.